FORMACIÓN DOCENTE · MATEMÁTICA



Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas

GUY BROUSSEAU



libros del
Zorzal

Guy Brousseau

Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas



libros del
Zorzal

Brousseau, Guy
Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas - 1a ed. - Buenos Aires : Libros del Zorzal, 2007.
128 p. ; 21x14 cm.

Traducido por: Dilma Fregona

ISBN 978-987-599-035-7

1. Métodos de Enseñanza. I. Fregona, Dilma, trad. II. Título
CDD 371.3

Traducción: Dilma Fregona

ISBN 978-987-599-035-7

Libros del Zorzal
Printed in Argentina
Hecho el depósito que previene la ley 11.723

Para sugerencias o comentarios acerca del contenido de *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, escríbanos a:
info@delzorzal.com.ar

www.delzorzal.com.ar

Índice

Prólogo

En los últimos años, el nombre de Guy Brousseau se asocia a la enseñanza de la matemática, tanto en la formación de alumnos de diferentes niveles de escolaridad como de profesores de matemática. En América Latina, en particular, su obra comenzó a difundirse a partir de los años 80, a través de espacios de interacción entre estudiantes e investigadores de diferentes países y la comunidad francesa de didáctica de la matemática.

Sin embargo, la producción original de Brousseau había comenzado al menos una década atrás. Desde los años 70, en Francia se lo reconoce como uno de los principales investigadores del campo –entonces nuevo– de la didáctica de la matemática. Su contribución teórica esencial es *la teoría de las situaciones didácticas*, iniciada en un momento en que la visión dominante sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática era una visión cognitiva, fuertemente influenciada por la epistemología piagetiana. La teoría de las situaciones propuso otro enfoque: el de una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo

lo aprenden. Esta construcción fue un trabajo colectivo en el que participaron investigadores, estudiantes de grado y postgrado, docentes y también alumnos de distintos niveles de escolaridad.

Podemos hallar una primera versión de algunas de las nociones básicas de esta teoría en un artículo publicado en 1970 por la revista de la Asociación de Profesores de Matemática de la Enseñanza Pública (APMEP) de Francia. Allí, Brousseau formula los primeros resultados de sus reflexiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, sobre la base de su propia experiencia como maestro rural en una pequeña escuela de "clase única" y de sus estudios universitarios de matemática y psicología.

En 1972, dentro del marco del Instituto de Investigación en Enseñanza de la Matemática (IREM) de la Universidad de Bordeaux, creó una institución original: el Centro para la Observación e Investigación en Enseñanza de la Matemática (COREM). El centro, montado en un establecimiento público –la Escuela Jules Michelet de Talence–, era un laboratorio que permitía observar a docentes y alumnos en sus interacciones en clase y desplegar experiencias de enseñanza desarrolladas y llevadas a cabo por el trabajo conjunto de personas vinculadas al IREM –investigadores y estudiantes de los postgrados en didáctica de la matemática de la Universidad de Bordeaux– y docentes de la escuela. Brousseau dirigió el centro durante más de 25 años. En ese ámbito y con la colaboración de numerosas personas, realizó una investigación fundamental –y también experimental– ligada a la enseñanza efectiva de la matemática.

En el año 2003, el Prof. Brousseau fue galardonado con la primera medalla Félix Klein, otorgada por la Comisión Internacional de Instrucción Matemática. Dicha medalla re-

conoce la contribución esencial de sus aportes al desarrollo de la didáctica de las matemáticas como área de investigación y recompensa los esfuerzos permanentes que realizó durante más de cuarenta años para que sus investigaciones contribuyeran al mejoramiento de la formación matemática tanto de alumnos como de profesores.

En los últimos años, una publicación de Kluwer divulgó los artículos fundamentales de la teoría de situaciones en el mundo anglosajón, mediante la traducción al inglés de los principales artículos del Prof. Brousseau de los años 70 y 90. Después de 1990, otros textos, artículos y conferencias precisaron, ampliaron y a veces modificaron el cuerpo de la teoría.

El texto que aquí presentamos –que sigue siendo fundamental para comprender la teoría- es la traducción de un curso dictado por Brousseau en el año 1997, cuando la Universidad de Montreal le otorgó el título de Doctor Honoris Causa. Conservamos la primera persona del singular, como discurso pronunciado por el autor, e incluimos en nota al pie numerosas referencias bibliográficas. Lamentablemente, muy pocos de esos materiales están disponibles en castellano, pero se puede acceder a algunos de ellos a través del sitio: http://perso.wanadoo.fr/daest/Pages%20perso/Brousseau.htm

El texto que presentamos se divide en tres secciones, señaladas como A, B y C, y cada una de ellas contiene, a su vez, varios apartados:

A. *La modelización de las situaciones en didáctica*
B. *La teoría de las situaciones didácticas*
C. *Las situaciones didácticas: componentes y estrategias*

Se inaugura así, desde una empresa editorial argentina, la difusión en castellano de la teoría de las situaciones

didácticas de Guy Brousseau. Y es un hecho para celebrar vivamente. Constituye un modo significativo de difundir trabajos realizados en un área de investigación relativamente reciente y que permitirá –al menos a eso apostamos– a fortalecer la comunidad que, desde distintos campos, trabaja en el mejoramiento de la enseñanza de la matemática y en la profesionalización de sus docentes.

DILMA FREGONA

Introducción

Siempre nos hemos preguntado cuáles son los conocimientos matemáticos "necesarios" para la educación y la sociedad y cómo llevar a cabo su difusión. Los textos acerca de la finalidad de la matemática abundan: estos explican la necesidad, en una sociedad, de que cada ciudadano disponga de una cultura matemática suficiente y, a la vez, de contar con una cantidad suficiente de técnicos y científicos para enfrentar los desafíos del futuro. Todo tiende a convencernos de que las matemáticas desempeñarán en ello un papel importante. Dichos textos explican también la importancia de las propiedades formativas inherentes a la matemática, tanto a nivel individual, por las capacidades que parece desarrollar, como a nivel de la vida colectiva. El comportamiento racional de una sociedad, es decir, su relación tanto con la verdad como con la realidad, no descansa únicamente en las virtudes individuales de sus miembros. Exige una práctica social y una cultura que deben enseñarse en la escuela. La matemática constituye el campo en el que el niño puede iniciarse más tempranamente en la racionalidad, en el que puede forjar su razón en el marco de relaciones autónomas y sociales.

También nos cuestionamos acerca de los medios que hemos creado para responder a tal demanda social: en qué medida el éxito de la difusión de los conocimientos matemáticos depende de las ciencias de la educación, la psicología o las propias matemáticas; qué lugar ocupan, en dicha difusión, los conocimientos de didáctica y, más precisamente, de didáctica de la matemática; qué instituciones pueden asegurar la coherencia y la pertinencia de esos conocimientos.

En las últimas décadas, se ha desarrollado en todo el mundo una amplia gama de trabajos experimentales y de elaboración de teorías en relación con la educación matemática. El enfoque que abordamos en este texto, el de la *teoría de las situaciones didácticas*, se presenta en la actualidad como un instrumento científico. Tiende a unificar e integrar los aportes de otras disciplinas y proporciona una mejor comprensión de las posibilidades de mejoramiento y regulación de la enseñanza de las matemáticas. Si bien algunos resultados de investigación han sido tomados como nuevos métodos de enseñanza, no es mi intención hacer proselitismo en ese sentido. Me parece que, en el siglo XX, no han faltado profetas ni innovadores en el campo de la educación. Personalmente, y en primer lugar, deseo propiciar una reflexión acerca de las relaciones entre los "contenidos" de la enseñanza y los métodos de la educación. Y luego, de un modo más amplio, abordar la didáctica como un área de investigación cuyo objeto es la comunicación de los saberes matemáticos y sus transformaciones.

Orígenes de la teoría de las situaciones

Con frecuencia, la enseñanza es concebida como las relaciones entre el *sistema educativo* y el *alumno* vincula-

das a la transmisión de un *saber* dado y, de este modo, la relación didáctica se interpreta como una comunicación de informaciones.

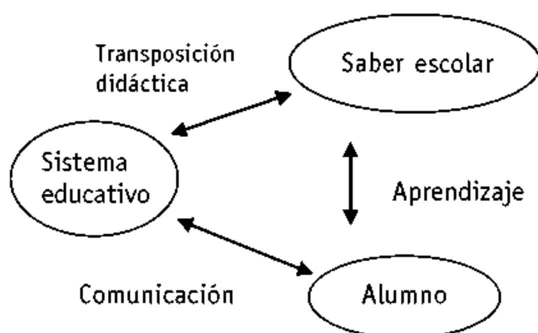


Figura 1.

Habitualmente, este esquema es asociado a una concepción de la enseñanza en la que el profesor organiza el saber a enseñar en una serie de mensajes, de los cuales el alumno toma lo que debe adquirir. Este esquema facilita la determinación de los objetos a estudiar, el papel de los actores, y la asignación del estudio de la enseñanza a diversas disciplinas. Por ejemplo, la matemática tiene la responsabilidad de legitimar el saber escolar, las ciencias de la comunicación se responsabilizan por la traducción en mensajes adaptados, la pedagogía y la psicología cognitivas por comprender y organizar las adquisiciones y los aprendizajes del alumno, etc. El propósito de dichos mensajes es, esencialmente, la enculturación del alumno por parte de la sociedad. Por supuesto, este modelo no excluye la intervención de otras disciplinas complementarias en el esclarecimiento de algún aspecto del proceso, sino que el esquema jerarquiza el impacto que puedan tener.

Ahora bien, los psicólogos han demostrado, respecto de los fenómenos de aprendizaje y desde diferentes perspectivas, la importancia de la tendencia natural de los sujetos a adaptarse a su medio: Skinner estudia el papel de los estímulos y propone construir un modelo del sujeto[1]; Piaget se ocupa esencialmente de la génesis no escolar de los conocimientos y, para ello, concibe –desde su formación científica– dispositivos experimentales donde el niño revela sus modos de pensamiento y el investigador reconoce, en sus comportamientos, las estructuras y los conocimientos matemáticos de su elección; Vigotski estudia las modalidades de la influencia del medio sociocultural en el aprendizaje de los alumnos y el estudio del medio en sí mismo da lugar, en consecuencia, a un ámbito ideológico o científico.

Desde estas perspectivas, la enseñanza se convierte, pues, en una actividad que concilia dos procesos: uno de *enculturación* y otro de *adaptación independiente.*

En los años 60, cuando era estudiante de matemática y contaba ya con algunos años de experiencia como maestro de escuela primaria, un profesor me mandó a estudiar psicología cognitiva con Pierre Greco. Greco me impresionó por su habilidad para concebir dispositivos experimentales destinados a poner en evidencia la originalidad del pensamiento matemático de los niños en las etapas de su desarrollo. Sin embargo, me daba cuenta de que no entraban entre sus preocupaciones analizar los dispositivos en sí mismos ni explicitar la relación entre estos y la noción matemática cuya adquisición estudiaba. Comencé a plantearme algunas preguntas: ¿en qué condiciones puede propiciarse que un sujeto –cualquiera– tenga la

1 Sus críticos, como Chomsky primero, y Nelson o Arbib después, y sus seguidores, como Suppes, realizan modelos del sujeto por medio de autómatas formales.

necesidad de un conocimiento matemático determinado para tomar ciertas decisiones? y ¿cómo explicar de antemano la razón por la cual lo haría? La enseñanza tradicional ya tenía una respuesta: enseñar y ejercitar.

Los dispositivos piagetianos mostraron que los niños podían adaptarse desarrollando conocimientos matemáticos que no habían sido enseñados.

Estudiar los problemas y los ejercicios que hacen que se utilice una noción matemática es un trabajo habitual para los matemáticos, tanto como presentar los saberes considerados necesarios. Sin embargo, como para cada noción existe todo un conjunto de problemas y ejercicios que le son específicos, podía pensarse que esta vía de investigación tenía pocas oportunidades de aportar información sobre la adquisición de saberes más generales.

En esta perspectiva, son los comportamientos de los alumnos los que revelan el funcionamiento del medio, considerado como un sistema. Lo que se necesita modelizar, pues, es el medio. Así, un problema o un ejercicio no pueden considerarse como una simple reformulación de un saber, sino como un dispositivo, como un medio que "responde al sujeto" siguiendo algunas reglas. ¿Qué juego debe jugar el sujeto para necesitar un conocimiento determinado? ¿Qué aventura –sucesión de juegos– puede llevarlo a concebirlo o a adoptarlo? Desde este enfoque, se describe al sujeto como si fuera un jugador de ajedrez que actúa teniendo en cuenta sólo sus conocimientos y el estado del juego. ¿Qué información, qué sanción pertinente debe recibir el sujeto por parte del medio para orientar sus elecciones y comprometer tal conocimiento en lugar de tal otro? Estas preguntas conducen, pues, a considerar el medio como un sistema autónomo, antagonista del sujeto, y es de este del que conviene hacer un modelo, en cuanto especie de autómata.

Hemos llamado *situación* a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas *situaciones* requieren la adquisición "anterior" de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que le ofrecen al sujeto la posibilidad de construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso de génesis artificial[2].

Obsérvese que la misma palabra "situación" sirve, en su sentido ordinario, para describir tanto al conjunto (no necesariamente determinado) de condiciones que enmarcan una acción, como uno de los modelos (eventualmente formales) que sirven para estudiarla.

En 1970, en la Universidad de Bourdeux, se dan las condiciones institucionales para plantear el proyecto científico de construir modelos de las situaciones utilizadas en la enseñanza –para analizarlas y, eventualmente, criticarlas– y proponer otras más apropiadas. Planteado el estudio de esta manera, es posible introducir en el análisis argumentos de la organización del saber matemático y otros de tipo económico y ergonómico, así como tomar en cuenta otras restricciones, en especial aquellas que podrían aparecer como conclusiones de trabajos de psicología o sociología, con la condición de volverlas funcionales, es decir, de precisar cómo intervienen efectivamente.

2 N. de T.: La búsqueda de las condiciones necesarias para producir un aprendizaje condujo a Brousseau a desarrollar la noción de *ingeniería didáctica* como una metodología de investigación y como producción de situaciones de enseñanza. Véase Brousseau (1982); y también Chevallard (1982) y Artigue (1990).

A. La modelización de las situaciones en didáctica

1. Las situaciones

Una "situación" es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. El recurso de que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable es una gama de decisiones que dependen del uso de un conocimiento preciso. Consideramos el *medio* como un subsistema autónomo, antagonista del sujeto. Al tomar como objeto de estudio las circunstancias que presiden la difusión y la adquisición de los conocimientos, nos interesaremos, pues, por las situaciones.

En los inicios de los 70 las *situaciones didácticas* eran las situaciones que sirven para enseñar sin que se considere el rol del profesor. Para enseñar un conocimiento determinado se utilizan "medios" (textos, materiales, etc.). La ingeniería didáctica estudia y produce dichos medios.

La situación es, entonces, un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta. Más adelante, identificamos como *situaciones matemáticas* a aquellas que provocan una actividad matemática en el alumno sin intervención del profesor. He-

mos reservado el término de *situaciones didácticas* para los modelos que describen la actividad del profesor y también la del alumno.

Desde la segunda acepción, que será estudiada en la sección B, la situación didáctica es todo el entorno del alumno, incluidos el docente y el sistema educativo.

Consideremos un dispositivo diseñado por una persona que quiere enseñar un conocimiento o controlar su adquisición. Este dispositivo comprende un *medio* material –las piezas de un juego, un desafío, un problema, incluso un ejercicio, una ficha, etc.– y las reglas de interacción con ese dispositivo, es decir, el juego propiamente dicho. Pero solamente el funcionamiento y el desarrollo efectivo del dispositivo, las partidas efectivamente jugadas, la resolución del problema, etc., pueden producir un efecto de enseñanza. Es necesario, por lo tanto, incluir el estudio de la evolución de la situación, ya que asumimos como supuesto que el aprendizaje se logra por medio de una adaptación del sujeto que aprende al medio creado por esta situación, haya o no intervención de un docente en el transcurso del proceso. Los conocimientos se manifiestan esencialmente como instrumentos de control de las situaciones.

Para ilustrar el papel que desempeñan las relaciones entre el funcionamiento de los conocimientos del alumno –manifestadas a través de sus comportamientos– y las características de las situaciones, vamos a tomar el ejemplo de la lección denominada "*La carrera a 20*" [3].

---

[3] N. de T.: Perrin-Glorian (1994: 106) afirma: "Esta situación va a desempeñar un papel importante en los primeros fundamentos de la teoría. Fue objeto de numerosos estudios experimentales y teóricos basados en las probabilidades y la estadística y permitirá, a la vez, desarrollar la teoría e ilustrarla durante los años 70".

El objetivo de la clase era introducir un repaso de la división con un sentido de la operación no acorde con los aprendizajes anteriores y favorecer –en los niños– el descubrimiento y la demostración de una serie de teoremas.

El juego

Se trata de que cada uno de los dos adversarios que juegan llegue a decir 20 agregando, alternativamente, 1 ó 2 al número dicho por el otro. El jugador que comienza dice 1 ó 2, el que continúa agrega 1 ó 2 a ese número, a su vez el primero agrega 1 ó 2 y así sucesivamente hasta que uno llega a decir 20 y entonces gana[4].

La estrategia ganadora consiste en tomar tan pronto como sea posible la sucesión 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20. Más tarde se analizará que se debe aplicar desde el comienzo de la partida la serie de números congruentes con 20, módulo 3 (números que tienen igual resto al dividirlos por 3)[5].

Descripción global de la situación

El profesor explica la regla del juego y comienza una partida en el pizarrón contra un niño, luego cede su lugar a otro alumno.

---

4 N. de T.: véanse Brousseau (1978) y (1998).

5 La lección de “La carrera a 20” es la primera de una serie que continuará con “La carrera a 25”, luego con “La carrera a 37” y después “La carrera a 354, agregando números comprendidos entre 1 y 13”, etc. De este modo, los alumnos son llevados a construir un método para encontrar el resto de las restas sucesivas antes de darse cuenta de que reinventaron la división, que ya conocían.

Primera fase: juego de 1 contra 1

Los niños juegan varias partidas de a dos y anotan los números que van eligiendo. Al realizar una serie de partidas, se dan cuenta de que responder al azar no es la mejor estrategia, algunos descubren rápidamente la ventaja de decir 17.

Segunda fase: juego de un equipo contra otro

Los alumnos son agrupados en dos equipos que compiten uno contra otro. El profesor designa al azar a un alumno de cada equipo para que juegue una partida en el frente, delante de sus compañeros. Mientras se juega esa partida, los restantes alumnos no pueden intervenir. El que gana aporta un punto a su equipo. Los niños se dan cuenta de la necesidad de discutir y concertar estrategias.

Tercera fase: descubrir teoremas

El profesor propone que cada equipo enuncie los descubrimientos que ha hecho y que le han permitido ganar. Ahora el juego consiste en demostrar la verdad de los enunciados propuestos o criticar y eventualmente probar la falsedad de las declaraciones del equipo contrario.

2. Una primera aproximación a la clasificación de las situaciones didácticas

A partir de las fases descriptas en “La carrera a 20”, haremos una primera entrada a la clasificación de las situaciones y, en la próxima sección, una caracterización general.

Situación de acción

La primera fase del juego corresponde a una situación típica de acción: a cada paso, los alumnos toman decisiones proponiendo cada uno a su turno un número después de haber realizado una apreciación del estado del juego. Al cabo de algunos pasos, sobreviene la sanción: la partida se gana o se pierde.

A medida que el niño juegue más partidas, desarrollará nuevas estrategias, es decir, razones por las cuales va a elegir un número antes que otro. Por ejemplo, preferirá 10 a 9 porque cree, equivocadamente, que de alguna manera el juego tiene que ver con la numeración decimal. O 17 en lugar de 16 porque se dio cuenta intuitivamente de que ya había ganado después de haberlo jugado. A partir de ese momento, todo sucede como si supiera el *teorema en acto* [6] –"hay que decir 17"– o como si tuviera una táctica "completa" (ambos son indiscernibles). Pero, en realidad, pudimos observar que se necesitan varias partidas antes de que sean capaces de formular esta táctica, justificarla y finalmente sacar conclusiones.

En general, una estrategia se adopta rechazando intuitivamente o racionalmente una estrategia anterior. Una estrategia nueva se somete a la experiencia y puede ser aceptada o rechazada según la apreciación que tenga el alumno sobre su eficacia. La sucesión de situaciones de acción constituye el proceso por el cual el alumno va a "aprenderse" un método de resolución de su problema.

Por ejemplo: en el comienzo del juego todos los números le parecen igualmente importantes. Al finalizar esta fase,

---

6 N. de T.: El concepto de "teorema en acto" fue introducido por G. Vergnaud. Una presentación detallada de la *teoría de los campos conceptuales*, de donde proviene este concepto, puede encontrarse en Vergnaud (1990).

cuando comienza a darse cuenta de que si juega 17 puede ganar, la elección del 18 o del 19 no le parece pertinente.

Este conjunto de relaciones ("si juego 14 o 17, puedo ganar") permanece tal vez completamente implícita: el niño juega según este modelo antes de ser capaz de formularlo. Llamaremos *modelo implícito* al conjunto de relaciones o reglas según las cuales el alumno toma sus decisiones sin tener conciencia de ellas y *a posteriori* de formularlas.

Situación de formulación

En la segunda fase se pueden observar dos momentos diferentes:

a) cuando el representante del equipo está en el frente y juega, y
b) cuando el equipo discute.

En el caso a) un niño que no está en el frente recoge toda la información mirando lo que escriben los dos representantes, pero él no puede actuar ni intervenir. El que juega en el pizarrón está en situación de acción.

En el caso b), el *medio* para cada uno de los alumnos está constituido por el conjunto de partidas jugadas, en especial por la última[7]. Para ganar no alcanza con que un alumno conozca cómo ganar, también debe poder comunicar a sus compañeros la estrategia que propone, ya que esta es la única manera que tiene de actuar sobre la situación. Dicha comunicación está sometida a dos tipos de retroacciones: una inmediata, por parte de sus compañeros, que la comprenden o no (la comparten o no), y una media-

[7] N. de T.: Nótese que el *medio* se modifica en las sucesivas partidas y cada alumno realiza sus formulaciones en función de su interpretación de los resultados de las partidas anteriores.

ta, por parte del *medio*, cuando, en caso de ser aplicada en una partida concreta, la estrategia resulta ganadora o no.

Se observó que la simple formulación no tenía ninguna influencia sobre los conocimientos y las convicciones de los alumnos, pero impedía la desaparición de los teoremas en acto.

Situación de validación

En la tercera fase cada equipo elabora y luego propone, por turno, un enunciado "útil para llegar a decir 20" o intenta establecer que el enunciado del adversario es falso.

En este nuevo tipo de situación, los alumnos organizan enunciados en demostraciones, construyen teorías –en cuanto conjuntos de enunciados de referencia– y aprenden cómo convencer a los demás o cómo dejarse convencer sin ceder ni a argumentos retóricos ni a la autoridad, la seducción, el amor propio, la intimidación, etc. Las razones que un alumno pueda dar para convencer a otro, o las que pueda aceptar para cambiar de punto de vista, serán elucidadas progresivamente, construidas, puestas a prueba, debatidas y convenidas. El alumno no sólo tiene que comunicar una información sino que también tiene que afirmar que lo que dice es verdadero en un sistema determinado, sostener su opinión o presentar una demostración.

3. Tipología de las situaciones en didáctica

Cuando un sujeto intenta controlar su entorno, no todas sus acciones manifiestan sus conocimientos de la misma manera. Las relaciones de un alumno con el medio pueden ser clasificadas, al menos, en tres grandes categorías[8]:

8 N. de T.: Véase Brousseau (1986a, cap. 6).

- intercambios de informaciones no codificadas o sin lenguaje (acciones y decisiones);
- intercambios de informaciones codificadas en un lenguaje (mensajes);
- intercambios de juicios (sentencias que se refieren a un conjunto de enunciados que tienen un rol de teoría).

Desde la perspectiva de la teoría de las situaciones, los alumnos se convierten en los reveladores de las características de las situaciones a las que reaccionan (es importante señalar esta inversión de posición con respecto a las aproximaciones de la psicología, donde las situaciones suelen estudiarse como dispositivo para revelar los conocimientos del alumno).

Esquema general de una situación de acción

Para un sujeto, "actuar" consiste en elegir directamente los estados del *medio* antagonista en función de sus propias motivaciones. Si el medio reacciona con cierta regularidad, el sujeto puede llegar a relacionar algunas informaciones con sus decisiones (retroalimentación), a anticipar sus reacciones y a tenerlo en cuenta en sus propias acciones futuras. Los conocimientos permiten producir y cambiar estas "anticipaciones". El aprendizaje es el proceso por el cual se modifican los conocimientos. Podemos representar estos conocimientos por medio de descripciones de tácticas (o procedimientos) que parece seguir el sujeto o por las declaraciones de lo que parece tener en cuenta, pero sólo se trata de proyecciones. La manifestación observable es un patrón de respuesta explicado por un modelo implícito de acción.

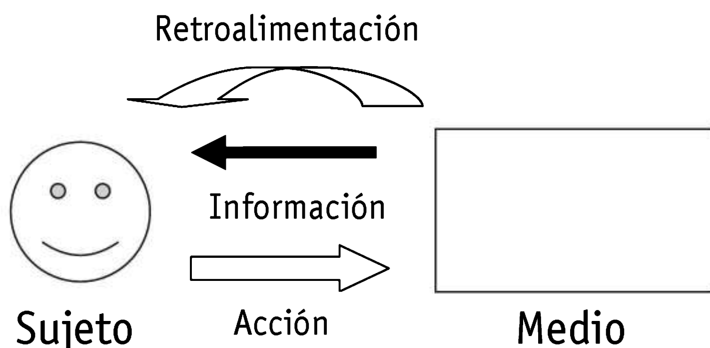


Figura 2.

Esquema de una situación de formulación

El repertorio de los modelos implícitos de acción y los modos en que se establecen son muy complejos. Se puede suponer, con Bateson, que la formulación de un conocimiento implícito cambia a la vez sus posibilidades de tratamiento, aprendizaje y adquisición. La formulación de un conocimiento correspondería a una capacidad del sujeto para retomarlo (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo y reconstruirlo en un sistema lingüístico). El *medio* que exigirá al sujeto usar una formulación debe entonces involucrar (ficticia o efectivamente) a otro sujeto, a quien el primero deberá comunicar una información. La situación puede entonces describirse con el esquema de Osgood (1957). Pero si queremos determinar el contenido de la comunicación, también es necesario que los dos interlocutores cooperen en el control de un medio externo, de modo que ni uno ni otro puedan hacerlo solos, y que la única manera de triunfar sea obteniendo del otro la formulación de los conocimientos en cuestión.

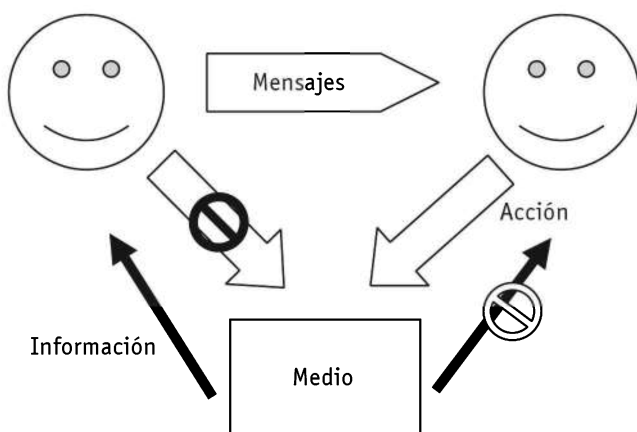


Figura 3.

La formulación de los conocimientos pone en juego repertorios lingüísticos diversos (sintaxis y vocabulario). La adquisición de tales repertorios acompaña a la de los conocimientos que enuncian, pero ambos procesos son distintos.

Esquema de una situación de validación

Los esquemas de la acción y de la formulación conllevan procesos de corrección, ya sea empírica o apoyada en aspectos culturales, para asegurar la pertinencia, adecuación, adaptación o conveniencia de los conocimientos movilizados. Pero la modelización en términos de situación permite distinguir un nuevo tipo de formulación: el emisor ya no es un informante, sino un proponente, y el receptor, un oponente. Se supone que poseen las mismas informaciones necesarias para tratar una cuestión. Cooperan en la búsqueda de la verdad, es decir, en vincular de forma segura un conocimiento a un campo de saberes ya establecidos, pero se enfrentan cuan-

do hay dudas. Se ocupan juntos de las relaciones formuladas entre un medio y un conocimiento relativo a ese medio. Cada uno puede tomar posición con respecto a un enunciado y, si hay desacuerdo, pedir una demostración o exigir que el otro aplique sus declaraciones en la acción con el medio.

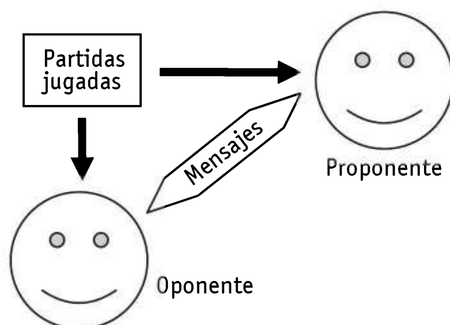


Figura 4.

Necesidad de las situaciones de institucionalización

En otro momento, creímos que, al considerar las situaciones de acción, formulación y validación, ya teníamos todas las clases posibles de situaciones. Teníamos situaciones de aprendizaje –en el sentido de los psicólogos– y se podía pensar que habíamos reducido la enseñanza a sucesiones de aprendizaje. Pero en el transcurso de las experiencias desarrolladas en la escuela Jules Michelet, vimos que los maestros, al cabo de un tiempo, necesitaban ordenar un espacio, no querían pasar de una lección a la siguiente, querían detenerse para "rever lo que habían hecho"… Nos vimos obligados a preguntarnos por qué se daba esa resistencia de los docentes a reducir el aprendizaje a los procesos que habíamos concebido. Nos tomó un tiempo darnos cuenta de que los docentes realmente estaban obligados "a

hacer algo": debían dar cuenta de lo que habían hecho los alumnos, describir lo que había sucedido y lo que estaba vinculado con el conocimiento en cuestión, brindarles un estado a los eventos de la clase en cuanto resultados de los alumnos y resultados de la enseñanza, asumir un objeto de enseñanza, identificarlo, acercar las producciones de los conocimientos a otras creaciones (culturales o del programa), indicar cuáles podían ser reutilizadas nuevamente.

En primer lugar, esos hechos y luego los razonamientos –el hecho de asegurar la consistencia del conjunto de las modelizaciones eliminando las que son contradictorias exige un trabajo teórico– mostraron la necesidad de tener en cuenta fases de *institucionalización* que dieran a determinados conocimientos el estado cultural indispensable de saberes[9]. Del mismo modo que los teoremas en acto desaparecían rápidamente ante la ausencia de una formulación y una prueba, los conocimientos privados e incluso los públicos permanecerían contextualizados y tenderían a desaparecer en la marea de recuerdos cotidianos si no se los reubicara dentro de un repertorio especial cuya importancia y uso no fueran confirmados por la cultura y la sociedad.

El funcionamiento de los conocimientos es diferente al de los saberes, tanto en las relaciones entre las instituciones como en la actividad aislada de los sujetos. Una no-

[9] N. de T.: "Los conocimientos son los medios transmisibles (por imitación, iniciación, comunicación, etc.), aunque no necesariamente explicitables, de controlar una situación y obtener de ella determinado resultado conforme a una expectativa y a una exigencia social. El saber es el producto cultural de una institución que tiene por objeto identificar, analizar y organizar los conocimientos a fin de facilitar su comunicación." (Brousseau y Centeno, 1991). Esta distinción entre conocimiento y saber se ilustra con un ejemplo en la descripción de la situación sobre el conteo (véase la sección 4).

ción no tiene las mismas propiedades como conocimiento que como saber, ni funciona del mismo modo como herramienta de indagación, ni da las mismas posibilidades de expresión, ni actúa igual como instrumento de convicción o como argumento y tampoco ha sido aprendida de la misma manera.

Las dialécticas

Cada situación puede hacer que el sujeto evolucione, y por ello también puede evolucionar a su vez de modo tal que la génesis de un conocimiento puede ser el fruto de una sucesión (espontánea o no) de nuevas preguntas y respuestas en un proceso que he calificado como "dialéctica". En tales procesos, las sucesiones de situaciones de acción, formulación y validación pueden conjugarse para acelerar los aprendizajes (tanto si se presentan espontáneamente como si se provocan voluntariamente).

La acción y luego la formulación, la validación cultural y la institucionalización parecen constituir un orden razonable para la construcción de los saberes. Este orden suele ser observado en la génesis histórica de las nociones donde vemos sucederse formas *protomatemáticas* y *paramatemáticas* que preceden a las formas *matemáticas* propiamente dichas[10]. Dicho orden parece oponerse a aquel donde los saberes son primero reorganizados en discursos comunicables según el destinatario y luego solamente "aplicados" a situaciones personales y "convertidos" en decisiones. En realidad, no hay una ley general que califique o descalifique uno u otro de estos procesos, sino que hay que examinar las propiedades de cada uno.

[10] N. de T.: Véase Chevallard (1985, ed. en español: 1997), cap. 4.

4. Situación didáctica, situación adidáctica, situación fundamental

En la concepción más general de la enseñanza, la marca de un saber es una asociación entre las buenas preguntas y las buenas respuestas. El docente plantea un problema que el alumno debe resolver: si el alumno responde, demuestra que sabe; si no, se manifiesta una necesidad de saber que requiere una información, una enseñanza. *A priori*, todo método que permita memorizar las asociaciones favorables es aceptable.

La mayéutica socrática limita estas asociaciones a aquéllas que el alumno puede efectuar por sí mismo. Esta restricción tiene por objeto garantizar la comprensión del saber en el alumno, porque él mismo lo produce. Pero entonces nos vemos obligados a suponer que el alumno ya poseía ese saber, ya sea que siempre lo hubiera tenido (reminiscencia) o que lo construyera él mismo por medio de su actividad propia y aislada. Todos los procedimientos donde el maestro no da la respuesta son aceptables para engendrar ese saber en el alumno.

El esquema socrático puede ser perfeccionado si se supone que el alumno es capaz de obtener su saber de las propias experiencias, de las propias interacciones con el medio, aun si ese medio no está organizado con fines de aprendizaje: el alumno aprende viendo el mundo (hipótesis empirista-sensualista) o haciendo hipótesis entre las que su experiencia le permite elegir (hipótesis aprioristas) o aun en una interacción más compleja conformada por asimilaciones y acomodaciones tales como las que describe Piaget.

El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por medio de nuevas respuestas, que son la marca del aprendizaje.

Este proceso psicogenético piagetiano se opone al dogmatismo escolástico: mientras que para el primero el aprendizaje se da "naturalmente", sin intención didáctica, para el segundo todo se atribuye al arte de enseñar. Así, la teoría de Piaget corre el riesgo de aliviar al docente de toda responsabilidad didáctica, lo cual constituye una vuelta paradojal a una especie de empirismo. Pero un medio sin intenciones didácticas es incapaz de inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que adquiera.

Concepciones actuales de la enseñanza van a exigir al maestro que provoque en el alumno –por medio de la elección sensata de los "problemas" que propone– las adaptaciones deseadas. Esos problemas, elegidos de modo tal que el alumno pueda aceptarlos, deben lograr, por su propio movimiento, que actúe, hable, reflexione y evolucione. Entre el momento en que el alumno acepta el problema como suyo y aquel en que produce su respuesta, el profesor se rehúsa a intervenir en calidad de oferente de los conocimientos que quiere ver aparecer. El alumno sabe que el problema fue elegido para hacer que adquiera un conocimiento nuevo, pero debe saber también que este conocimiento está enteramente justificado por la lógica interna de la situación y que puede construirlo sin tener presentes razones didácticas. No sólo puede, sino que también debe, porque no habrá adquirido verdaderamente este conocimiento hasta no ser capaz de utilizarlo en situaciones que encuentre fuera de todo contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier indicación intencional. Tal situación es llamada *situación adidáctica*.

Suponemos que cada conocimiento matemático posee al menos una situación que lo caracteriza y lo diferencia de los demás. Por otra parte, conjeturamos que el conjunto de situaciones que caracterizan una misma noción está estructurado y puede ser engendrado a partir de un pequeño nú-

mero de situaciones llamadas *fundamentales*, a través de un juego de variantes, variables y cotas sobre estas variables[11].

Como el alumno no puede resolver de entrada cualquier situación adidáctica, el maestro le procura aquellas que están a su alcance. Las situaciones adidácticas preparadas con fines didácticos determinan el conocimiento enseñado en un momento dado y el sentido particular que este conocimiento va a tomar por efecto de las restricciones y deformaciones aportadas a la situación fundamental.

Esa situación o ese problema elegido por el docente lo involucra a él mismo en un juego con el sistema de interacciones del alumno con su medio. Este juego más amplio es la *situación didáctica*.

Es importante considerar por el momento que una situación fundamental no es *a priori* una situación "ideal" para la enseñanza, ni siquiera una solución más eficaz. Su valor para la enseñanza se aprecia en función de un gran número de otros parámetros externos, tales como la posibilidad efectiva de realización en un ambiente psicosociocultural determinado.

Para ilustrar el concepto de situación fundamental voy a tomar como ejemplo el que exige la medida de conjuntos finitos y genera en consecuencia el número natural. El conocimiento de los primeros números naturales se manifiesta por medio del conteo. La situación "fundamental" de apren-

[11] Se puede buscar por medios matemáticos y experimentales qué valores de esas variables pueden determinar las condiciones óptimas de difusión de determinados conocimientos, o explicar los que aparecen como respuestas (teóricamente) óptimas a las condiciones propuestas al alumno. Para algunos valores de esas variables existe al menos una estrategia óptima (desde el punto de vista de su costo en diseño, fiabilidad, costo de aprendizaje, etc.) y uno o varios conocimientos que le corresponden. Llamamos *variable cognitiva* a una variable de la situación tal que por la elección de valores diferentes puede provocar cambios en el conocimiento óptimo. Entre las variables cognitivas, las *variables didácticas* son las que puede fijar el docente.

dizaje del conteo tiene que poder comunicarse a un niño que no sabe contar, pero que debe poder aprender a resolverla sin que el profesor intervenga indicándole cuál es el conocimiento a utilizar. La realización efectiva en un aula reclamará intervenciones didácticas importantes de otro tipo.

El nene cuenta, escena familiar

MAMÁ: ¿Sabe qué, abuelo? ¡El nene sabe contar!
ABUELO: ¿En serio? ¿A ver?
MAMÁ: ¡Muéstrale al abuelo cómo sabes contar!
EL NENE (cuatro años): Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, diez, quince, eh...
ABUELO (admirado): ¡Ah! ¡Muy bien! ¡Tienes que continuar!

Pero "contar", no cuenta: contar (saber cuántos hay) como proyecto escolar

La familia incluye también a la tía Mimí que es una docente jubilada.

TÍA MIMÍ: Pero no abuelo, para saber si el nene sabe contar hay que mostrarle los dedos y preguntarle cuántos hay, y luego pedirle que él muestre los dedos. ¡No alcanza con recitar los números! Y si el nene no lo sabe, la mamá no tiene que decepcionarse. A los cuatro años, la mayoría de los chicos casi no puede comprender realmente los números más allá de 5, los psicólogos lo pueden decir.

MAMÁ: Pero nuestra vecina, Olga, que tiene cinco años, cuenta hasta 70.

TÍA MIMÍ: Sí, también puede recitar "La farolera tropezó..."[12], que tiene más de setenta palabras, ¡pero cree que la

[12] N. de T.: Canción infantil tradicional en Argentina, muchas veces enseñada para reforzar el aprendizaje de cierta sucesión numérica.

farolera es una especie de estrella de la televisión! No es grave, pero una colega joven me contó que los padres ejercen actualmente una fuerte presión sobre sus hijos para "hacerlos contar" precozmente. Y comprobó que bajo la influencia de ese machaqueo, algunos niños se ponen a contar desde el mismo momento en que escuchan la palabra "número" sin reflexionar sobre la pregunta que se les planteó. En su clase, esta colega tiene alumnos de tres y cuatro años en el nivel inicial, niños que cuentan mecánicamente más allá de 50, y por eso no puede –ni con ellos, ni con los que no pasan de 5– organizar una actividad matemática en común apropiada para la edad.

¿Cuántos hay? Una situación específica

Ahora tomemos la siguiente situación, que puede ser traducida en una consigna adaptada a niños de cinco o seis años:

En estos vasitos tenemos pinturas. Debes ir allá a buscar pinceles y poner uno y sólo uno en cada vasito. Debes traer todos los pinceles de una sola vez y no tienen que sobrar ni pinceles sin vasito, ni vasitos sin pincel. Si te equivocas, recoges todos los pinceles, los llevas allá y recomienzas de nuevo. *Sabrás contar cuando puedas hacer esto, aun cuando haya muchos vasitos.*

Más precisamente, el niño sabrá cuántos hay cuando pueda desempeñar ambos papeles: *solicitar* (como emisor) a alguien (un receptor), oralmente o por escrito, la cantidad de pinceles necesarios verificando la operación e, inversamente, *suministrar* una cantidad solicitada.

Tal situación presenta una característica fundamental porque, desde el punto de vista didáctico y haciendo variar sus variables cognitivas[13], se pueden describir "todas" las situaciones

[13] N. de T.: Por ejemplo, la naturaleza y tamaño de la colección, la posibilidad de desplazar los objetos, las circunstancias (traer todos

de conteo y también clasificar y comparar todas las prácticas de conteo y aprendizaje del conteo. Las prácticas habituales de conteo que acabamos de presentar se obtienen, a partir de la situación fundamental, por supresión o transferencia al adulto de ciertas tareas. En la primera, que podríamos llamar, por ejemplo, "el conteo popular", el niño reproduce una serie de palabras bajo el control del adulto. En la segunda, "el conteo escolar clásico", más evolucionado, es responsabilidad del niño hacer que un número corresponda a un conjunto de vasitos (trabajo de emisor) o formar una colección que tenga un número dado de pinceles.

Aprender a contar

Aprender separadamente estas prácticas parciales implica que el adulto las enseña, las exige, las corrige, las hace imitar y repetir. En ningún momento el niño está en condiciones de establecer por sí mismo la finalidad de la acción y corregir sus errores. Sin embargo, padres y docentes utilizan con cierto éxito todas esas formas "degeneradas" de la situación fundamental, aun en el caso extremo del aprendizaje formal de la sucesión de números. No se trata de rechazar ciertas prácticas, sino de aprovecharlas al máximo según sus características particulares. Las principales desventajas de esos aprendizajes parciales son:

- impedir que el niño asuma la responsabilidad del juicio sobre el valor de sus respuestas, conozca el proyecto de aprendizaje en el que está involucrado y pueda evaluar los progresos por sí mismo; y
- que el niño tiene que haber aprendido previamente la respuesta de una u otra manera para comprender lo que se le pide que haga.

---

los pinceles de una vez, no poner a disposición de los niños materiales para registrar, anticipar cuántos paquetes de 5 pinceles serán necesarios para tal cantidad de vasitos), etc.

La "definición" didáctica es diferente: vuelve a ubicar las técnicas dentro de una acción global inteligible. Ya no exige que el niño sepa contar para comprenderla. Solamente es necesario que pueda resolver el juego con algunos vasitos. También es preciso que sepa verificar la correspondencia uno a uno. Así, el aprendizaje puede comenzar, no por la imitación o la reproducción, sino por la invención de soluciones estables, cualquiera sea el recurso.

Aprender los números

Finalmente, para aprender los números será necesario que el alumno *enumere*[14] las colecciones (que nombre los objetos uno después de otro, todos los objetos y sin repetirlos), al mismo tiempo que determine *cuántos hay* (que evalúe su cardinal por correspondencia con otra colección), que las *cuente* (que ponga en correspondencia sus elementos con las palabras) y luego, si el conteo es por partes, que *enuncie* (expresando oralmente el número utilizando un sistema de numeración) el resultado de su conteo y luego *escriba ese número*[15]. Será necesario también que se apropie de los usos de los *ordinales* de la sucesión numérica, etc.

Pero estos aprendizajes podrán producirse por una conjunción de métodos, por ejemplo:

---

[14] N. de T.: En español la palabra "enumerar" remite al conteo, y en consecuencia, al uso de los números. Pero en otros idiomas, por ejemplo en francés, "enumerar" significa enunciar uno a uno los objetos, hacer una lista. Por ejemplo, al llevar una lista para hacer las compras en el supermercado, en algún momento se controla si "ya está todo". Es común decir: "falta" tal o cual producto, se enumera, sin necesidad de contar.

[15] Para los lectores interesados en estos temas, se sugiere: Briand (1993), Bahra (1995), Quevedo (1986) y Cauty.

- en un proceso constructivista, completando las respuestas espontáneas o provocadas con las institucionalizaciones indispensables,
- o en enseñanzas más clásicas, mayéutica o aun axiomática, con lecciones seguidas de ejercicios, en respuesta a problemas bien identificados por el alumno.

Asimismo, la situación fundamental no desacredita ninguna forma de aprendizaje. Las admite todas y permite conjugarlas: completa los aprendizajes parciales que son útiles y probablemente necesarios y, sobre todo, les da sentido.

El uso puramente *numeral* de los números (para identificar o designar un objeto, por ejemplo el número de un canal de televisión, de un teléfono o un automóvil) no parece presentar problemas. Probablemente porque la dificultad principal no se encuentra en lo fundamental en el aprendizaje de los automatismos, sino en el conocimiento de las *propiedades* de las colecciones, los números y sus operaciones. Estas deben ser "conocidas" obligatoriamente por el alumno, para que pueda controlar sus usos complejos.

Además de usar, tarde o temprano habrá que elucidar, formular, discutir las propiedades y las estructuras numéricas. Estas elucidaciones son necesarias para el aprendizaje mismo y deben acompañarlo. ¿Cómo y cuándo?

¿Cuánto hay?: una experiencia

En la enseñanza clásica, el hecho de comprender cuándo el conteo puede dar respuesta a un problema llega después. Para convencerse, hay que hacer preguntas durante el aprendizaje (clásico) a los niños que ya "saben" contar una colección cuando se lo solicitan (digamos hasta trein-

ta), pero que no saben resolver el problema de los vasitos y pinceles en la posición de emisor o de receptor.

Quevedo (1986) pudo observar el siguiente comportamiento:

El alumno va a buscar un puñado de pinceles y los distribuye en los vasitos.

–¡Ah! ¡Me sobraron tres!

–¿Ganaste?

–No, porque me quedaron tres.

–Bueno, recoge todos los pinceles y empieza otra vez.

Los otros compañeros de la clase le sugieren:

–¡Cuenta! ¡Cuenta!

El niño cuenta los vasitos, recoge los pinceles distribuidos en los vasitos y reinicia la actividad. Toma un puñado de pinceles y regresa a los vasitos. El hecho de contar no le sirve de nada. Los otros niños tratan de ayudarlo:

–¡No, no! ¡Contá los pinceles!

El niño cuenta *todos* los pinceles y vuelve...

Este ejemplo pone en evidencia una diferencia entre el conteo como *saber* cultural habitual y el conteo como *conocimiento* para resolver la situación fundamental.

Otra condición: la confianza en sus métodos

¿Podemos afirmar que el alumno sabe contar cuando es capaz de formar colecciones adecuadas, bastante numerosas, en las condiciones previamente descriptas? No por completo. También debe sentirse suficientemente seguro de su conteo como para identificar las fuentes de error y, si es necesario, discutirlas. Por ejemplo, si en el momento en que va a buscar los pinceles alguien le roba un vasito, al regresar y distribuir los pinceles debe ser capaz de decirle:

–¡Me hiciste trampa!

Esta confianza en sus métodos exige a la vez una posición reflexiva con respecto a ellos, un “metaconocimiento”, palabras para expresar los conocimientos adquiridos, un metalenguaje y, finalmente, todo lo que constituye la conversión de algunos conocimientos en saberes.

Con respecto a los métodos clásicos, la situación de conteo puede resultar útil en diversos momentos del aprendizaje y sobre todo para analizar con los profesores qué quiere decir “contar” en términos “concretos”. No es verdad que el aprendizaje a través del uso exclusivo de la situación fundamental sea más rápido o más eficaz, esa situación puede ser inútilmente pesada cuando el alumno ya comprendió qué es lo que se le quiere enseñar.

5. La adaptación de las situaciones a los alumnos: la optimización

Los casos de la multiplicación y la división

Es inevitable el uso de un medio (ábaco, contador, lápiz y papel, etc.) para efectuar ciertos cálculos. Con una voluntad de transparencia democrática, la Convención de 1792 que estableció el sistema decimal[16] rechazó el uso de aparatos “misteriosos” y propició una enseñanza obligatoria del cálculo con lápiz y papel. La elección de los “algoritmos” a enseñar planteaba un compromiso entre la fiabilidad y la rapidez de ejecución –exigidas por las actividades calculatorias intensas, necesarias para la sociedad industrial y comercial emergen-

16 N. de T.: se refiere a la universalización del sistema decimal de medida, una de las reformas exigidas en la Revolución Francesa de 1789.

te– y las capacidades de aprendizaje del sector de población afectado (y también la herencia de prácticas antiguas). Se pueden concebir otras disposiciones para hacer las cuentas y, por cálculos de ergonomía, comparar sus ventajas.

He demostrado, primero a través de cálculos realizados con modelos matemáticos y luego por medio de la experiencia, que la ejecución a la francesa de la multiplicación y sobre todo de la división era muy sensible a variables sobre las que se podía actuar fácilmente y que inútilmente llevaba a fracasos –a menudo costosos, a veces irremediables– siempre discriminatorios. Propuse disposiciones mejor adaptadas, preví (calculé) y mostré (es decir, verifiqué) la ganancia (en resultados obtenidos y en tiempo) que se podía obtener a través de esas modificaciones fáciles de enseñar[17].

Estos dos ejemplos me enseñaron que el saber no se difunde naturalmente, ni siquiera cuando una investigación didáctica ofrece una solución práctica –a través de un método científico y bastante universalmente convincente– a un problema efectivo.

6. La adaptación de los alumnos a las situaciones: los saltos y los obstáculos

Variables y costos

Los sujetos (y las instituciones) se adaptan a las situaciones con que se encuentran y fabrican para ello conoci-

[17] N. de T.: Se refiere al estudio de los algoritmos de la multiplicación "*per gelosía*" y de la división (por aproximaciones sucesivas al dividendo a través de múltiplos del divisor). A pesar de que ambos resultados fueron difundidos en publicaciones y jornadas destinadas a docentes, no se introdujeron en el sistema educativo por vías institucionales. Véanse Brousseau (1973) y Briand, N. Brousseau, Greslard *et al.* (1985).

mientos y saberes. Como acabamos de ver, las variantes de una situación relativa a un mismo saber matemático pueden presentar grandes diferencias de complejidad y en consecuencia conducir a estrategias óptimas diferentes y también a maneras diferentes de conocer un mismo saber.

Una metáfora simple permitirá ilustrar esta declaración: no reconocemos y no tratamos todos los números naturales de la misma manera. Por ejemplo hasta el 3, los comprendidos entre 4 y 7, entre 15 y 40, entre 100 y 1000, y 18471847. No resolvemos un sistema lineal de dimensión n con los mismos métodos para n = 2, 5, 10 ó 100.

El costo del reconocimiento directo (a ojo/a primera vista) del número de elementos de una colección crece muy rápidamente. Más allá de 5 hay que estructurar y enumerar la colección. La estructura aditiva encuentra bastante rápidamente sus límites y si uno debe utilizar con frecuencia grandes cantidades, hay que adaptar el sistema de numeración.

La enseñanza debe seguir esta ley. Comenzamos por aprender a usar pequeños números y los usamos para construir otros más grandes. La función de Peano (agregar uno cada vez) parece la más simple. Pero, en realidad, como esta creación recursiva es demasiado costosa para ser efectiva, los niños desarrollan modos de reconocimiento (concepciones) apropiados. ¿Pueden pasar de un modo a otro siguiendo el orden natural o se van a encontrar con dificultades? ¿No sería preferible favorecer la creación de estas estrategias, si es preciso eligiendo contar de entrada cantidades muy grandes, para desalentar el prolongamiento desesperado de un método de reconocimiento cada vez más inadaptado?

La respuesta depende de la forma en que se distribuyen los costos para cada concepción de los números naturales. Veamos un ejemplo: supongamos que hemos combinado todos los costos (uso, fiabilidad, aprendizaje,... relativos a

frecuencias de empleo usuales), en una sola variable fi que representa el precio medio del tratamiento de un número n; f1 representa el costo del reconocimiento visual, f2 el de la estructuración aditiva, f3 el de la estructuración multiplicativa, f4 el de la numeración decimal.

Cada función tiene un mínimo. Para valores inferiores de las abscisas, el rendimiento baja: el método de conteo es inútilmente complejo para tratar una colección demasiado pequeña, la concepción es demasiado sofisticada, el aprendizaje demasiado largo, etc. Para una colección más grande, el conteo se queda sin aliento, el costo de ejecución para reconocer el número se convierte en preeminente, el rendimiento de la concepción se derrumba. El aprendizaje por adaptación supone que se elijan las variables de modo tal que el conocimiento que se quiere "hacer descubrir" sea significativamente más ventajoso que cualquier otro.

Cada método (reconocimiento visual, estructuración aditiva y multiplicativa, etc.) se vuelve rápidamente complejo e incierto cuando aumenta el tamaño de la colección, mientras que el método siguiente no presenta todavía una eficacia evidente. Los campos de utilización justificada y fácil están separados. Si bien el "descubrimiento" por parte de los alumnos de una nueva estrategia es posible, ese hallazgo está más motivado cuando las condiciones de la situación corresponden a una ventaja mayor del nuevo método en relación con el anterior. Y este último, por lo tanto, se muestra inmediatamente ineficaz.

Este caso sugiere evitar las dificultades mencionadas efectuando una progresión a través de *saltos informacionales*, es decir, a través de modificaciones de una variable didáctica donde se proponen características informacionales lo suficientemente diferentes como para que surja un cambio de método.

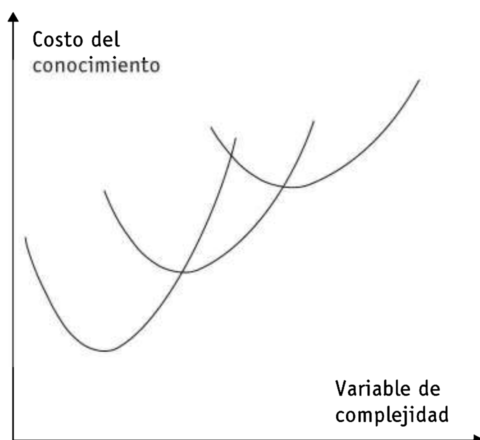


Figura 5.

La figura anterior representa la hipótesis favorable de una progresión regular de la enseñanza. El pasaje progresivo de una concepción a otra no presenta dificultades debidas a los saltos de complejidad informacional.

Concepciones y adaptaciones

Cada manera organizada pero particular de tratar una noción matemática constituye lo que llamamos una *concepción*. Por ejemplo, distinguimos varias concepciones diferentes de la división[18]. El pasaje de un conocimiento a otro dentro de una misma concepción no es costoso, el aprendizaje tampoco, porque corresponde a lo que Piaget identifica como una asimilación. El pasaje de una concepción a otra es más difícil porque corresponde a un cambio importante de repertorio. Su

18 N. de T.: Véanse Brousseau y Brousseau (1987) y Brousseau (1988) y (1990).

aprendizaje exige cierta reorganización de los conocimientos anteriores (una acomodación). Estas concepciones, pues, están determinadas por su estructura lógica interna pero también por la frecuencia y la eficacia con las que son útiles. Las concepciones pueden determinarse teóricamente como conjuntos de conocimientos y de saberes, frecuentemente requeridos en simultáneo para resolver situaciones, y pueden determinarse empíricamente como patrones de respuestas coherentes dadas por gran parte de los sujetos a un tipo de situación.

Es interesante recalcar que la adaptación óptima de un sujeto (o una institución) a un conjunto de condiciones conduce a este sujeto a concepciones diferentes para una misma noción matemática. Esto se encuentra en la base de la teoría de la transposición didáctica. Inversamente, las concepciones determinan ámbitos donde la noción matemática es eficaz, ámbitos –la mayoría de las veces– separados.

El aprendizaje presenta frecuentes rupturas que pueden tener formas y orígenes variados: saltos informacionales, cambios en la forma de control (proto, para o matemático), origen ontogenético, elección didáctica, contingencia epistemológica, etc. Algunas de las concepciones adquiridas no desaparecen inmediatamente en provecho de una concepción mejor: resisten, provocan errores y se constituyen así en "obstáculos".

Obstáculos

Debemos el concepto de "obstáculo epistemológico" a Bachelard[19], quien explicitó que ese tipo de obstáculo no se producía en matemáticas. La modelización de las situaciones me condujo a pensar lo contrario y a proponer una definición apropiada:

[19] N. de T.: Bachelard (1938).

- Un obstáculo es un "conocimiento" en el sentido que le hemos dado de "manera regular de tratar un conjunto de situaciones".
- Este conocimiento da resultados correctos o ventajas apreciables en determinado ámbito, pero se revela falso o completamente inadaptado en un ámbito nuevo o más amplio.
- El conocimiento nuevo, verdadero o válido sobre un ámbito más amplio no se establece "a partir" del conocimiento anterior sino contra él: utiliza otros puntos de vista, otros métodos, etc. Entre ellos no existen relaciones "lógicas" evidentes que permitirían desacreditar fácilmente el error antiguo a través del conocimiento nuevo. Por el contrario, compiten en el antiguo ámbito.
- Estos conocimientos no son construcciones personales variables. Son respuestas "universales" en ámbitos precisos. Aparecen entonces casi necesariamente en la génesis de un saber, ya sea en una génesis histórica o didáctica.

De esta "definición" se pueden deducir algunas características observables de los obstáculos:

Un obstáculo se manifiesta a través de errores, pero esos errores en un mismo sujeto están unidos entre sí por una fuente común: una manera de conocer, una concepción característica, coherente aunque no correcta, un "conocimiento" anterior que tuvo éxito en todo un dominio de acciones. "No se trata de considerar los obstáculos externos como la complejidad o la fugacidad de los fenómenos, ni de incriminar la debilidad de los sentidos o del espíritu humano: es en el acto mismo de conocer, íntimamente, donde aparecen, por una especie de necesidad funcional, los entor-

pecimientos y las confusiones. [...] se conoce *en contra* de un conocimiento anterior"[20].

De este modo, el obstáculo no desaparece con el aprendizaje de un nuevo conocimiento. Por el contrario, opone resistencia a su adquisición, a su comprensión, frena su aplicación, subsiste en estado latente y reaparece de forma imprevista, en especial en su ámbito anterior, cuando las circunstancias lo permiten.

Es inútil, pues, ignorar un obstáculo. Hay que rechazarlo explícitamente, integrar su negación en el aprendizaje de un conocimiento nuevo, particularmente bajo la forma de contraejemplos. En este sentido, es constitutivo del saber.

Algunos ejemplos: los obstáculos no siempre son conocimientos "falsos", como el tratamiento separado de la parte entera y la parte decimal de los números decimales, o indebidamente extendidos, como la linealidad. El alumno que tuvo que comprender que el producto de números naturales mayores que 1 es una repetición de sumas –y, en consecuencia, es más grande que cada factor– no accede fácilmente a interpretar y utilizar 0,2 x 0,3 = 0,6 ni distingue el número natural 4 que tenía un antecesor, del "mismo" 4 pero ahora decimal que no lo tiene. El obstáculo es, por lo tanto, un conocimiento perfectamente legítimo e inevitable.

La existencia de obstáculos en la continuidad de las funciones fue estudiada por El Bouazzaoui (1988) y en un coloquio realizado en Montreal presentó como objeto de estudio algunas cuestiones relativas a los obstáculos y los conflictos sociocognitivos[21].

20 N. de T.: Ibídem (edición 1985, p. 15)

21 N. de T.: Véanse Brousseau (1983), (1989) y (1989a).

7. Resultados y primeras conclusiones

La puesta en evidencia de la necesidad de la institucionalización y luego la existencia de los obstáculos de origen epistemológico o didáctico[22] tuvo consecuencias importantes sobre el estado científico de la modelización de las situaciones en didáctica:

1. *La modelización de las situaciones en didáctica* –en las cuales el docente se limita a crear y mantener las situaciones sin intervenir sobre el proceso cognitivo– *permite identificar, concebir y mejorar las condiciones específicas de la construcción autónoma de los conocimientos matemáticos.* Esto parece justificar las tesis constructivistas.
2. *Pero el funcionamiento natural de las situaciones "constructivistas" conduce al alumno a conocimientos localmente adaptados, pero que la mayoría de las veces se revelaron, más adelante,* insuficientes *o incluso* falsos *y algunos se constituyeron en obstáculos.*
3. *Además, esta construcción autónoma no puede dar el estado de saber a los conocimientos desarrollados.* Los conocimientos canónicamente constituidos son aquellos inteligibles para los otros, compartidos, conformes a la voluntad didáctica de la sociedad, cuya importancia está garantizada por la historia y la cultura y que serán reutilizados más adelante. La intervención didáctica del docente es la que permite identificar conocimientos canónicos en lo que el alumno

[22] N. de T.: Los obstáculos de origen epistemológico son aquellos que no se pueden ni se deben evitar porque son constitutivos del conocimiento mismo; los de origen didáctico son los que parecen depender de las elecciones que se hacen en la enseñanza.

o los alumnos han concebido en las situaciones autónomas. Este estado de conocimiento institucionalizado no puede surgir de las situaciones, ya que en ellas –para el alumno– se disimula la intención didáctica.

4. *Las afirmaciones 2 y 3 no contradicen la hipótesis según la cual solamente los funcionamientos autónomos del alumno son el indicador de que adquirió conocimientos utilizables. Pero tampoco alivian las* críticas *de las pedagogías que no permiten el funcionamiento localmente justificado de los conocimientos del alumno.*
5. *Por el contrario, esas afirmaciones hacen aparecer como indispensable la inmersión de los modelos de situaciones en didáctica en modelos más amplios, que incluyan las acciones del profesor.*
6. *Finalmente, a pesar de que tomé una evidente posición de realismo y positivismo racionalista (una especie de vuelta a las exigencias del conductismo), las especulaciones teóricas se amplían y la extensión de los estudios plantea el problema de la consistencia general de este enfoque. ¿Hay que aceptar una teoría de las situaciones didácticas?*

B. La teoría de las situaciones didácticas

1. Modelización de la enseñanza

Nuevo sentido del término "situación didáctica"

Si consideramos la enseñanza como "el proyecto y acción social de que un alumno se apropie de un saber constituido o en vías de constitución", la didáctica de la matemática se convierte en "la ciencia de las condiciones de difusión y apropiación de los conocimientos matemáticos útiles a los hombres y a sus instituciones". La modelización de esta difusión conduce a utilizar el término "situación didáctica" en el sentido de "entorno del alumno, que incluye todo lo que coopera específicamente en la componente matemática de su formación". Recordemos que al inicio del texto presentamos las situaciones didácticas desde dos puntos de vista[23]: en la sección A utilizamos el primero y ahora nos conviene pensar desde el segundo.

Una interacción se vuelve didáctica si y sólo si uno de los sujetos exhibe la intención de modificar el sistema de conocimientos de otro (los medios de decisión, el vocabulario, los modos de argumentación, las referencias culturales).

---

[23] N. de T.: Véase ítem 1, sección A.

Muchas obras esquematizan la situación de enseñanza por el "triángulo" representado en la figura 6, que solamente toma en cuenta las relaciones del sistema "profesor" con el sistema "alumno".

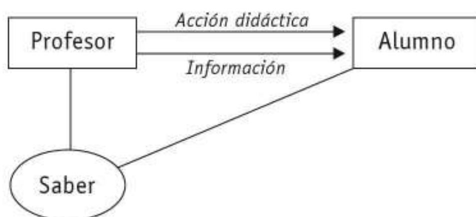


Figura 6.

Este esquema tiene el inconveniente de reducir el entorno didáctico a la acción del profesor y oculta completamente las relaciones del sujeto con todo *medio adidáctico*. ¿A qué nos referimos? La intervención del profesor evoca necesariamente, para los conocimientos que enseña, un funcionamiento posible en otras circunstancias, no solamente en las "situaciones de uso didáctico" (ejercicios o problemas) que plantea. Crea, entonces, ficticia o efectivamente, otro "medio" donde el alumno actúa de forma autónoma. Esto conduce entonces a un esquema como el que muestra la figura 7.

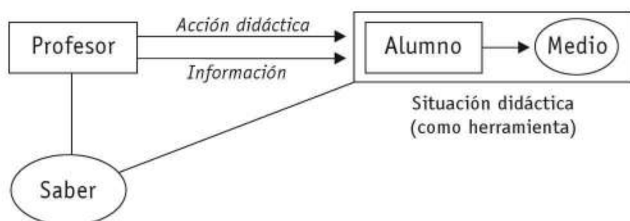


Figura 7.

Por lo tanto, la primera cuestión teórica que se plantea es: el profesor ¿puede no tener en cuenta ese medio? La segunda es: ¿qué estructura hay que atribuirle?

Estructuras del medio didáctico

El estudio de las situaciones como herramientas didácticas (es decir en el primer sentido) conduce a aceptar las siguientes proposiciones:

- La comunicación "didáctica" tiene por fin dar a su destinatario un instrumento de control o de regulación sobre cierto *medio*. Llamamos *modelo implícito de acción* a la capacidad mínima de control[24]. La conciencia que puede tener el sujeto que aprende de su capacidad de control sobre una situación o un medio dado es identificada como "su" conocimiento. Tomar conciencia de sus conocimientos supone, por parte del que aprende, la práctica (efectiva o ficticia) de ciertos tipos de interacciones sociales (formulación, prueba) y, además, el uso de un repertorio cultural determinado. Este bagaje de conocimientos culturales (formulables o comunicables al menos a través de procedimientos no verbales) es objeto de un reconocimiento por medio de un sistema de saberes (que incluye la sintaxis) más o menos específico.
- Los instrumentos culturales de reconocimiento y organización de los conocimientos son los *saberes*, objetos de una actividad específica de las instituciones

[24] N. de T.: Ya se hizo una referencia a esta noción en el ítem 2 de la sección A, al describir las situaciones de acción.

o de una actividad de instituciones específicas[25]. La *comprensión* es la movilización concomitante de saberes y conocimientos y la evocación de situaciones, no directamente necesarias para la decisión en la acción en curso, pero que se suponen útiles para el control de los conocimientos que regulan esa decisión. El equilibrio general de los diferentes repertorios a través de los cuales un sujeto regula sus relaciones con un medio obedece a principios de ergonomía.

- El "*sentido*" de un conocimiento es una imagen cultural de la comprensión, un medio de reconocerla y gestionarla, así como el saber es un medio de reconocimiento y gestión de los conocimientos, medio personal o institucional y por lo tanto variable según las instituciones. El sentido puede entonces descomponerse según "tipos didácticos" de conocimientos en una componente *semántica*, por la cual el conocimiento movilizado está relacionado con un campo de situaciones, una componente *sintáctica* que la relaciona con diferentes repertorios (en particular, lógicos y científicos) que rigen la manipulación, y en una componente *pragmática* que describe las características de utilización.
- La acción de un profesor comprende una fuerte componente de regulación de los procesos de adquisición del alumno. El alumno mismo aprende por regulaciones de sus relaciones con su *medio*. Las regulaciones cognitivas conciernen un *medio adidáctico* donde una parte de la estructura está determinada por la organización que decide el profesor.

25 N. de T.: Véase ítem 3, sección A. La distinción entre "conocimientos" y "saberes" se introdujo cuando se planteó la necesidad de las situaciones de institucionalización.

Para un observador, las posiciones del profesor y del alumno frente a un medio pueden ser muy diferentes. En 1986[26], introduje una nueva noción de la teoría de las situaciones: la *estructuración del medio*.

Esta estructura, presentada hace unos años, fue estudiada y profundizada, entre otros, por Margolinas[27]. El sujeto profesor puede identificarse según dos posiciones (profesor que prepara su clase, profesor enseñando) y el alumno puede adoptar cinco posiciones diferentes, de modo que pueden distinguirse cinco medios con los que puede interactuar según diferentes modos. Las interacciones de un sujeto –sea profesor o alumno– en los diferentes niveles de un medio son distintas: toma decisiones (según reglas, estrategias, conocimientos), actúa en función de las informaciones que recibe e interpreta, etc.

La lectura de la figura 8 comenzando por el interior permite distinguir que la *situación* de un nivel se convierte en el *medio* para un sujeto exterior. Así, el *medio material* y el *actor objetivo* constituyen la *situación objetiva*, la cual se convierte en *medio objetivo* para el sujeto que actúa (S4).

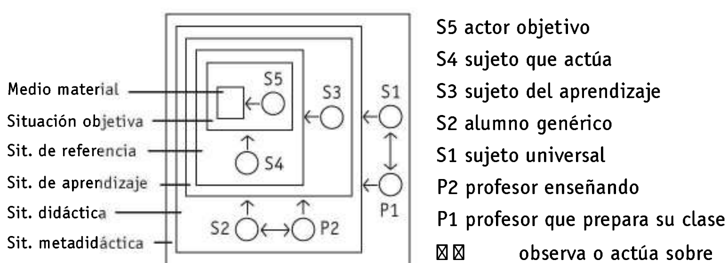


Figura 8.

26 N. de T.: Véase Brousseau (1986b).

27 N. de T.: Véase Brousseau (1988b y 1990b), Margolinas y Steinbring (1994), Fregona y Orús (2005).

• *Medio material:* cuando el profesor prepara su clase, organiza un medio –que incluye las reglas que definen el éxito y el fracaso– llamado "medio material" (aun si no hay objetos concretos). Debe considerar también las interacciones de un sujeto con este medio. A este sujeto simbólico lo llamamos *actor objetivo* (S5). Este par medio-actor constituye la *situación objetiva* que se propone efectivamente al alumno y con la que debe interactuar.

• *Medio objetivo*: el sujeto, posicionado como alumno ante la situación objetiva está en posición de *sujeto que actúa* (S4). Por supuesto, puede imaginarse y representarse a S5, y también identificarse con él. Para un observador externo, no hay diferencia entre un sujeto S5 y un sujeto S4, pero sí para el actor, ya que se distingue a sí mismo de los otros.

El medio objetivo es movilizado en una situación de acción donde este es o bien el medio efectivo sobre el cual se exige al alumno a actuar o bien un medio ficticio cuyo funcionamiento o transformaciones debe imaginar para responder a una pregunta. En los dos casos es un actor que opera en función de sus modelos implícitos de acción. En este nivel, las situaciones de formulación o de prueba son situaciones de acción.

• El sujeto aprende corrigiendo sus acciones y anticipando sus efectos. Las situaciones en las que está comprometido son, pues, para él, *sujeto del aprendizaje* (S3), los *medios de referencia* sobre las cuales ejerce sus capacidades de construcción de conocimientos y aprendizaje. Estas *situaciones de aprendizaje*, están en el corazón del dispositivo de construcción de los conocimientos y de su significación. Dichas situaciones con frecuencia se borran espontáneamente de la memoria de quien aprende. Para un alumno en la posición S3, la reflexión sobre la acción (realizada efectivamente o no en S4) es la que le da las posibilidades de aprender.

• Ser alumno es gestionar *situaciones de aprendizaje* (con ayuda del profesor). El profesor comienza a actuar, se convierte en actor, se ubica como profesor que enseña. El alumno se convierte en *alumno genérico* S2 y el medio con el cual interactúan ambos de manera conjunta es el de las *situaciones de aprendizaje*. Esas interacciones constituyen el momento de establecer relaciones entre conocimientos o de transformar conocimientos en saberes: son las *situaciones didácticas*.

• El profesor reflexiona sobre las *situaciones didácticas*, que se convierten en los *medios didácticos*, y se posiciona como *profesor que prepara su clase*. En esta *situación metadidáctica*, el profesor revisa las decisiones tomadas, examina sus clases, estudia los comportamientos de los alumnos a través de acciones, conocimientos y saberes específicos.

La relación de un sujeto con un medio de nivel diferente exige conocimientos, conceptos, vocabulario, saberes diferentes. El profesor trata el conjunto de estas sujeciones. Se pueden observar contradicciones flagrantes entre lo que el profesor dice, muestra y da a comprender a los alumnos y las reglas efectivas de las interacciones con cada medio[28]. Por ejemplo, cuando el profesor enseña una demostración por repetición o analogía, hay una contradicción: la convicción se obtiene a través de un medio ilegítimo.

Las estrategias de los profesores y los fenómenos típicos de la actividad didáctica

Método de estudio: vamos a considerar que el profesor se caracteriza por las sujeciones que acepta y las que impone. Cada sujeción consiste en una distribución de res-

[28] Véase, en el ítem 5 de esta sección, el abuso de la analogía.

ponsabilidades entre "el profesor" y un medio antagonista (que incluye al alumno) y los instrumentos de regulación recíproca que condicionarán la evolución del sistema.

Este enfoque permite clasificar las *regulaciones didácticas* según el reparto de las responsabilidades entre el sistema que difunde un conocimiento y el que lo recibe y aprende (de hecho, habría que considerar también el efecto real o supuesto de un tercer sistema que nosotros podríamos llamar "el medio" y que quienes lo comparten denominan a veces "la naturaleza").

Estas responsabilidades abarcan, ante todo, la emisión de conocimientos –su comunicación, validez, novedad, valor, interés o estado cultural– y las condiciones en las que estos podrán manifestarse, ser recibidos, aprendidos, reproducidos, etc.

Llamaremos provisoriamente "contratos" a estos compromisos recíprocos (sean explícitos o no) de los cuales realizaremos ahora una primera aproximación. En la sección C los estudiaremos con mayor profundidad.

2. Las difusiones de los conocimientos sin intención didáctica[29]

Una primera distribución de responsabilidades consiste en que el emisor de un texto no tiene ningún compromiso didáctico frente al receptor: no está encargado de enseñarle algo, y, si el receptor modifica sus creencias o sus actos, es de alguna manera independiente de la voluntad del emisor y no según su proyecto.

Partiendo del mínimo de restricciones para el docente –que será entonces solamente un emisor de señales– y yen-

[29] N. de T.: Véase Brousseau (1996).

do hacia responsabilidades cada vez mayores, encontramos sucesivamente: la *emisión*, la *comunicación*, la *pericia* y la *producción de un saber nuevo*.

El contrato de emisión

El contrato de emisión no relaciona directamente al emisor con un eventual receptor. El emisor envía un mensaje sin preocuparse por las condiciones *efectivas* de recepción. Supondremos, sin embargo, en la continuación de este texto, que este mensaje es inteligible (al menos para cierta institución) e incluso que está compuesto solamente de enunciados verdaderos o falsos, pero correctamente formulados.

En una situación mínima, el emisor podría no ser considerado en absoluto (solamente lo que rige la libertad de expresión) y producir un mensaje ininteligible, incluso para él (la emisión de un simple ruido, por ejemplo). Este contrato extremo puede ser a veces realmente observado en las clases: el profesor monologa sin tener en cuenta la presencia de los alumnos que emiten, al mismo tiempo... ruidos. Este contrato también puede modelar algunos programas de radio o televisión.

El contrato de comunicación

El contrato de comunicación es más exigente. El emisor (por ejemplo, el profesor), toma bajo su responsabilidad “hacer llegar” a un receptor cierto mensaje. Debe garantizar la buena recepción del mensaje (pero no el sentido que le da el receptor) y, para esto, un buen funcionamiento del canal. Debe utilizar los repertorios del receptor (repertorios caligrá-

ficos, fonológicos, ortográficos, gramaticales, lógicos, etc.) y, llegado el caso, cotejar (confrontar a través de la reproducción por parte del destinatario) o repetir el mensaje (en particular, a pedido del receptor). La interpretación del mensaje es completa responsabilidad del receptor. La disfunción conduce exclusivamente a la puesta a punto de los repertorios.

Los contratos de emisión y comunicación están sometidos, en lo esencial, a las restricciones propias de la forma del mensaje.

El contrato de emisión

Como el contrato de pericia es más exigente, el emisor garantiza la *validez* de lo que emite. El destinatario puede exigir, eventualmente, que el experto establezca cierta validez (la verdad, la autenticidad, el origen, etc.) de lo que enuncia (por otras vías diferentes a la emisión misma: en rigor, por ejemplo, para determinados tipos de informaciones). El trabajo de un "profesor" que utilizara este "contrato" para difundir una teoría matemática consistiría en enunciar los "teoremas" que la componen en un orden cualquiera, uno después de otro. Los enunciados, pues, se convertirían en aserciones, puesto que serían implícitamente declarados "verdaderos".

El contrato de producción de saber

El emisor garantiza *la novedad* de su mensaje, la invención o la originalidad formal (propiedad intelectual o patente) o la primicia del contenido intelectual y científico. Puede garantizar una novedad "absoluta" (un nuevo teorema) para una institución particular (por ejemplo, para los alumnos de una clase).

Se puede pedir al emisor que aporte la prueba formal de la validez de su enunciado, pero sólo pruebas indirectas. Por ejemplo, el emisor encuentra siempre las raíces de ciertas ecuaciones, pero no publica el método que utiliza. Esta situación se observa en la tradición de las matemáticas esotéricas.

3. Los contratos débilmente didácticos que se ocupan de un saber "nuevo"

En estos contratos, el emisor acepta *organizar* su mensaje en función de determinadas características "teóricas" de su interlocutor. Asume ciertas responsabilidades en cuanto al contenido del mensaje, pero ninguna en cuanto a los efectos sobre el receptor, aun cuando es consciente de modificar su sistema de decisión. Es importante notar que toda actividad didáctica implicará una reorganización del conjunto de conocimientos a transmitir. Toda presentación de una teoría matemática posee por esto propiedades didácticas "intrínsecas". La reorganización de los resultados matemáticos para ser comunicados es, por esto, una actividad didáctica.

Entre los contratos débilmente didácticos, distinguimos: la *información (dialéctica y dogmática)*, la *utilización de los conocimientos*, la *iniciación* o el *control* y la *instrucción* o *dirección de estudio.*

Contrato de información (dialéctica y dogmática)

El emisor garantiza, a la vez, la novedad y la validez de su mensaje. Acepta dar cuenta ante el receptor, que se convierte en informado y es quien "compra" el enunciado porque es verdadero y nuevo.

En este caso, el emisor debe buscar el asentimiento del informado y, en respuesta a su eventual pedido, brindarle determinadas "pruebas", sus fuentes, sus referencias, etc. Puede también tener que justificar sistemáticamente cada enunciado.

a) La *información dialéctica* y la reorganización local de los saberes. Este "contrato de información" no exige que los interlocutores tengan las mismas referencias (la misma cultura, el mismo sistema informático,...) sino solamente que puedan encontrar las que sean suficientes para sostener el propósito del momento. Así, este contrato conduce a una construcción dialéctica de la convicción del receptor bajo su propio control. Es el instrumento esencial de gestión colectiva de la verdad conforme a la tradición inaugurada en Grecia cinco siglos antes de Cristo.

Si el emisor (por ejemplo un profesor) quiere poder establecer en todo momento ante su interlocutor (sus alumnos) la validez de los enunciados y garantizar la novedad, le interesa referirse a una organización apropiada de los saberes a transmitir: por ejemplo, una construcción axiomática. No tiene ninguna razón para exhibirla ante su interlocutor. Las pruebas dependen de los conocimientos (reales o supuestos) del destinatario, no pueden entonces estar fijadas *a priori* en demostraciones estándar.

b) *La información dogmática* y la organización global del saber. Seguir los meandros de los cuestionamientos del informado puede parecer a los dos protagonistas una pérdida de tiempo. De modo que a veces uno u otro quiere escaparse del contrato dialéctico y proponer y/o pedir "normalizar" las pruebas y darlas sistemáticamente. El contrato se vuelve "dogmático" y el profesor se refiere a un sistema convencional, muy conocido, compuesto por enunciados aceptados por todos, y utiliza medios de derivación recono-

cidos para proponer "demostraciones" para todos sus enunciados (controvertidos o no).

Este contrato conduce al informante a establecer, en la teoría a difundir, un orden axiomático y a utilizarlo como organización metódica de sus propósitos para economizar los pedidos de explicaciones.

Digresión: la axiomatización de la información y sus consecuencias. La axiomática responde también a restricciones ergonómicas. El informante debe utilizar los repertorios del informado (lógicas matemáticas y técnicas), pero las pruebas (personales) toman la forma de demostraciones (culturales) que dependen menos del destinatario y más de la idea que de ellas se hace el emisor. Si este último, llegado el caso, no diera ninguna prueba y no aceptara que se la pidieran, este contrato sería un contrato de pericia.

En el caso del *contrato dogmático*, el informante debe reformular los enunciados para permitir su demostración en el sistema que da al informado. Dichos enunciados pueden ser clasificados en:

- los que pertenecen al repertorio del informado (repertorio efectivo o supuesto), ya sean evidentes como postulados o aceptados formalmente, como los axiomas o las hipótesis, o construidos y convocados en el transcurso de la demostración, como los lemas o definiciones,
- y los que no figuran hasta entonces y por ello son "nuevos".

Corolarios: toda comunicación y *a fortiori* toda enseñanza reposan en un repertorio explícito, en parte irreductible al saber comunicado. Ningún lenguaje sería capaz de ser totalmente autogenético. Más adelante volveremos a encontrar otros repertorios, los de los conocimientos implícitos y metamatemáticos, necesarios para la comprensión.

El *contrato de información* es el que, teóricamente, está vigente en la comunidad matemática para la difusión de los resultados.

Los motivos de la emisión no intervienen explícitamente en la regulación del *contrato de información.* El emisor responde a una demanda del receptor para un uso que él ignora. Hay un control constante de la competencia del emisor, pero no de la del receptor. Si el receptor no manifiesta ninguna reacción, el emisor no sabe si verdaderamente es comprendido, ni siquiera si es recibido. El emisor escribe o dice el saber de su campo, en los términos que le permiten expresarlo. Estos términos le son dados por su institución de origen. El informado tiene la responsabilidad de la interpretación y el uso de estas informaciones.

Si llevamos un poco más adelante el análisis del *contrato de información*, aparece otra consecuencia importante. El destinatario debería tener interés en solicitar al emisor solamente el mínimo de informaciones necesarias para obtener por sí mismo los resultados que desea. Es su responsabilidad limitar la "compra" de nuevos enunciados. Esta cláusula instaura, según la opinión del emisor, una nueva partición en el corpus de los teoremas a comunicar: la clase de los que puede obtener el destinatario y los que no. Por supuesto, derivar resultados depende de las capacidades del informado y, en realidad, de la idea que él se hace de ello, ya que es quien debe valorarlo. Al igual que antes, se va a instalar entonces ya sea una derivación dialéctica o una derivación cultural impuesta.

Los contratos didácticos que estudiaremos más adelante integran la clase de "los contratos no didácticos" con cláusulas suplementarias. Sólo son paliativos provisorios del contrato de información. Es claro que una enseñanza

debe tender a ubicar al alumno en la situación de poder *informase* él mismo.

El contrato de utilización de los conocimientos

Este contrato retoma el precedente y le agrega una cláusula suplementaria: la transferencia hacia el informante de la responsabilidad de mostrar al informado el empleo y la utilidad de los conocimientos que propone. El informante debe, *en consecuencia*, acompañar el texto del saber con un campo de *aplicaciones* donde se supone que este saber desempeña un papel. Este papel es variable. A veces, cada aplicación se deduce del saber inicial que constituye, por lo tanto, un conjunto de conocimientos "suficientes". A veces solamente es necesario, es decir, la aplicación no puede ser obtenida, demostrada o calculada sin que se exija explícitamente ese saber inicial, pero también hay que recurrir a otros conocimientos. Otras veces, no es necesario ni suficiente, pero da una alternativa más económica a razonamientos, lenguajes o cálculos ya conocidos.

Es muy importante señalar que estas relaciones entre un saber determinado y sus aplicaciones son una ficción, una metáfora. En los casos más legítimos, resultan a la vez de la historia, la tradición y especulaciones diversas. Vincular conocimientos entre sí, aplicarlos y adaptarlos a nuevos problemas es el resultado de la actividad "histórica" tanto de hombres como de instituciones.

Nadie sabe previamente cuáles serán las aplicaciones, las modificaciones o el estado de un saber en el futuro porque estas características evolucionan fuertemente con la historia. Sólo las partes más antiguas y estables del saber pueden sufrir este tratamiento "didáctico" sin recibir dema-

siadas objeciones y contradicciones. Para enseñar un saber nuevo, es necesario inventarle aplicaciones al alcance del que aprende. Estas construcciones provienen de la ingeniería didáctica y a menudo de la fantasía.

En el *contrato de información*, el emisor de matemáticas debe organizar una teoría que conoce, de modo de poder engendrarla con alguna parte de sí misma, pero guarda esta vinculación en "secreto" y el alumno ignora hacia dónde lo van a llevar los enunciados que recibe. En el *contrato de utilización*, la relación entre la parte generativa y el todo engendrado se vuelve explícita. Los enunciados dados como saber son teoremas, pero los que deben obtenerse (lógicamente o de otro modo) cambian de forma y de nombre: se convierten en preguntas, situaciones o problemas.

El contrato de iniciación o de control

El iniciador determina un campo de conocimientos dentro del cual el receptor quiere iniciarse y le propone saberes necesarios y suficientes o, por el contrario, le propone una colección de saberes y le da un conjunto de aplicaciones "equivalentes" que lo justifican.

En los contratos precedentes, el receptor debía decidir si se consideraba lo suficientemente informado o si, por el contrario, quería más informaciones o precisiones adicionales a lo ya recibido. En este nuevo contrato, el informante asume una parte de tal responsabilidad: da al informado un criterio para determinar si "comprendió" bien (y no sólo recibió) el saber comunicado. Esto se lleva a cabo estableciendo una relación de equivalencia entre dos conjuntos de enunciados: en el primero están los saberes comunicados como tales (por ejemplo enunciados de una

teoría), en el segundo se proponen preguntas, aplicaciones o problemas a resolver.

Postulando la equivalencia informativa de los saberes y de las aplicaciones, el informante dice a su informado:

- por una parte, que si el destinatario sabe hacer todos los problemas propuestos el conocimiento de teoremas será "probado",
- por otra, que para poder resolver todos esos problemas, es suficiente saber, y utilizar bien, tal conjunto de teoremas.

Así, el iniciador muestra qué saberes "se convierten" en conocimientos para actuar en situaciones determinadas, y qué conocimientos pueden convertirse en saberes bien identificados. Los dos conjuntos de enunciados se justifican mutuamente: las aplicaciones legitiman la comunicación de los saberes, los saberes prueban la validez de los enunciados obtenidos en las aplicaciones.

Pero esta nueva cláusula reposa sobre una hipótesis cuya validez debe establecerse: ¿es efectiva esa equivalencia anunciada? Tomemos el caso extremo: dar los sistemas de axiomas de una teoría matemática es suficiente para determinar todos los enunciados. Es más difícil afirmar que la demostración de todos los enunciados de una teoría implica el conocimiento explícito de uno de sus sistemas de axiomas. Nadie osará afirmar que todo matemático es capaz de obtener efectivamente uno a partir del otro. La asociación de saberes y de un campo restringido de aplicaciones "equivalente" es a menudo totalmente empírica. Resulta de prácticas, convenciones y hábitos que los trabajos actuales de didáctica están lejos de poder objetivar.

Teoremas y problemas son enunciados de una misma teoría, no hay diferencia matemática entre ellos, solamente

una diferencia de forma, dada por una diferencia de posición en el contrato no didáctico de iniciación.

El contrato de instrucción o de dirección de estudio

Se trata ahora, para el director de estudio, además de todas las responsabilidades precedentes, de indicar *cómo* se puede aprender un saber. Hay entonces un nuevo desafío, una nueva ficción y una nueva transferencia de responsabilidad de quien se convierte en estudiante hacia su director. Este último propone una serie "de ejercicios" que se supone permiten adquirir los conocimientos en cuestión, sin pasar por la conversión de los saberes. Estos ejercicios son problemas graduados, tan semejantes entre sí y tan cercanos al saber comunicado que la solución de uno puede ser transportada *formalmente* a otro. La demostración toma entonces las características de un cálculo o de un algoritmo (no todas las teorías matemáticas se prestan a este tratamiento). El que aprende puede verificar si ejecutó o reprodujo bien el algoritmo. Las diferencias entre los ejercicios tienen por objeto ilustrar los diferentes casos posibles y las diversas variantes correspondientes.

Como antes, la cuestión es saber si estos ejercicios son efectivamente necesarios y suficientes como para provocar un "conocimiento" determinado, que se manifiesta en la capacidad de dar una prueba a todo teorema –presentado como problema– de ese ámbito. Además, la incertidumbre anterior se mantiene y acrecienta: no es seguro que los conocimientos adquiridos en estas condiciones sean equivalentes a los saberes culturalmente correspondientes.

Sin embargo, estos ejercicios permiten a los alumnos evaluar su aprendizaje y les dan la oportunidad de corregir sus errores de comprensión.

Conclusiones sobre los contratos débilmente didácticos

Hasta ahora, el alumno tenía la responsabilidad principal, es decir la ejecución efectiva de la comunicación realizada según un proceso donde el difusor de los conocimientos asumía –en sucesivos contratos– una responsabilidad creciente. En realidad, es el que aprende quien decide el uso de los medios puestos a su disposición. Su "instructor" le brinda los enunciados principales de la teoría, acompañados de lemas y corolarios, problemas de aplicación de diversos tipos, ejercicios de ejemplo o práctica y medios de evaluación. El todo constituye un instrumento de instrucción ficticio pero formal, que el docente pone a disposición del que aprende. Esta ficción epistemológica es, además, parte del saber comunicado.

El control ejercido por el que aprende sobre su instructor tiende a establecer determinada regla de economía sobre la estrategia de conjunto. Si al que aprende le parece que los mensajes son insuficientemente "nuevos", fácilmente deducibles o demasiado evidentes, presiona al emisor para aumentar el caudal de su mensaje, para hacerlo más informativo, de modo de aprovechar mejor el tiempo de la comunicación. Caso contrario, ejerce una restricción opuesta. Este control limita al emisor que puede tener interés en recargar su mensaje, hacerlo redundante o más complejo, etc., o, por el contrario, en dejarlo muy alusivo, hasta esotérico. Sólo si un contrato fracasa, el emisor puede reemplazarlo por otro más fuertemente didáctico, en el que acepta más responsabilidades.

Los *contratos débilmente didácticos* toman en cuenta el proyecto de hacer que un interlocutor, tomado como sujeto epistémico, pero no como sujeto efectivo, se apropie de un saber.

En las relaciones didácticas efectivas con frecuencia se deslizan fases donde las responsabilidades del profesor

y del alumno provisoriamente se reparten según diferentes variantes. El contrato de *emisión* o de *comunicación* se ocupa de la forma del mensaje; el de *pericia*, de *producción* o de *información*, de su sentido; y el de *utilización*, de *iniciación* o de *instrucción*, de su uso.

4. Estudio teórico del contrato didáctico[30]

Generalidades sobre los contratos de enseñanza

En el párrafo anterior nos ocupamos de los contratos que comprometen, efectiva o potencialmente, sólo dos instituciones: el enseñado (E) y el docente (D). Hemos supuesto además que la demanda provenía de la institución enseñada, que asumía la responsabilidad el aprendizaje y el uso del saber transmitido.

Ahora bien, esta demanda no puede ejercerse de manera inteligible. El enseñado no puede estar al tanto de lo que es específico del saber antes de haberlo aprendido. Confía, pues, en una representación del saber que le es ajeno y en conocimientos metadidácticos. Concretamente, los únicos enseñados a quienes se pueden dirigir los *contratos sin intención didáctica* o *débilmente didácticos* son los que se ubican en posición de autodidactas.

Vamos a considerar ahora los casos donde el enseñado no tiene esta posición y donde alguien toma la decisión, o una parte de las decisiones, por él y como consecuencia asume en compensación una parte de la responsabilidad del resultado de la acción didáctica emprendida (en un sentido

30 N. de T.: En una presentación previa (véase Brousseau, 1996), se abordan estos temas con la caracterización de “Contratos fuertemente didácticos que tratan sobre un saber ‘nuevo’”.

restringido y algo irrisorio, para algunos viejos diccionarios una acción didáctica es una tarea donde alguien intenta enseñar algo a quien no quiere aprenderlo).

Es necesario, por lo tanto, tomar en cuenta, en el estudio de los contratos, las demandas y las intervenciones de dos instituciones adicionales:

- la institución (M), a la cual el enseñado deberá sujetarse al finalizar la enseñanza ya que no podía hacerlo antes; la sujeción futura determina, de hecho, la materia de la enseñanza (conocimientos y saberes),
- la institución (I), que es la que decide que el docente debe preparar al enseñado para entrar en las prácticas de la institución M; delega su misión al docente y le confiere cierta legitimidad para modificar al enseñado o para "decidir" su futuro.

En realidad, estas cuatro funciones, modelizadas por cuatro instituciones potenciales, pueden ser asumidas por instituciones efectivas diferentes o no. Por ejemplo, el autodidacta asume al menos tres (I, D, E), para adaptarse a la cuarta (M).

En el siglo XIX, el contrato de enseñanza era un *contrato de instrucción*. Actualmente se ha convertido en un contrato de educación: tiende a estipular, en lo esencial, que la institución docente asuma la responsabilidad del resultado efectivo de su acción sobre el alumno. ¿Acaso esto es posible?

El contrato didáctico

Filloux[31], extendiendo el *contrato social* de Rousseau, destacó la noción de *contrato pedagógico*, donde se precisan las obligaciones recíprocas entre alumno, so-

[31] N. de T.: Véase Filloux (1974).

ciedad y profesores. Este contrato, ¿puede extenderse a la "enseñanza" en educación? El profesor ¿puede precisar y aplicar un contrato de enseñanza de la misma manera? En un primer momento, yo había imaginado que el profesor actuaba sobre el sistema {alumno, situación, conocimiento}, exactamente como el alumno actúa en la situación no didáctica. En ese caso, el *contrato didáctico* habría estado constituido únicamente por las reglas de esa situación. Me di cuenta de que semejante construcción de modelos conducía a contradicciones que se expresaban en la realidad por medio de paradojas: por ejemplo, el profesor no puede decir explícitamente de antemano lo que el alumno tendrá que hacer frente a un problema, sin quitarle, al hacerlo, la posibilidad de manifestar o adquirir el conocimiento correspondiente. El profesor no puede comprometerse a "hacer comprender" un conocimiento y menos aún a hacer que se produzca: nadie sabe como "se hacen" matemáticas nuevas y menos aún cómo se puede "hacer hacerlas" de manera certera. De modo que la relación didáctica no puede dar lugar formalmente a un contrato, las cláusulas no pueden escribirse, las sanciones en caso de ruptura no pueden ser previstas, etc. Sin embargo, la ilusión de que hay un contrato es indispensable para que la relación se dé y, eventualmente, tenga éxito. Cada uno, el maestro y el alumno, se hacen una idea de lo que el otro espera de él y de lo que cada uno piensa de lo que el otro piensa... y esta idea crea las posibilidades de intervención, de *devolución* de la parte adidáctica de las situaciones y de la *institucionalización.*

La modificación intencional del "receptor" no es, en el marco de la teoría de las situaciones, una comunicación ni una argumentación, sino una acción. El docente intenta fijar directamente los estados del sistema enseñado, llegado el

caso, sin pasar por su juicio y su acuerdo. La legitimidad de esta acción se atiene a diversas condiciones:

• El saber comunicado no es una producción o una invención personal del profesor. Es él quien garantiza que ese saber corresponde al saber en curso en una institución de referencia. No es arbitrario. Fue identificado y determinado, ya sea con el enseñado o con un tercero responsable.

• Este saber no es un simple registro de informaciones. Le corresponde un campo donde las capacidades de respuesta del alumno fueron modificadas. La existencia de estas situaciones en las que el saber aprendido revela su eficacia permite que el alumno objetive *–a posteriori–* la sujeción que aceptó o que sufrió para luego liberarse de ella. Es decir, que olvide, en realidad, las circunstancias del aprendizaje para conservar solamente el saber y las condiciones de su uso (el *medio*).

• La acción se acaba cuando se supone que el enseñado es capaz de tomar decisiones por sí mismo (con conocimiento de causa). La sujeción es momentánea.

El docente que quiere provocar un aprendizaje debe modificar el sistema de decisiones del enseñado *frente a cierto conjunto de situaciones típicas de M* (en un sentido que él considera favorable para la adaptación en cuestión y/o conforme a un saber constituido). Nuevamente nos encontramos ante el esquema general de la figura 2.

Algunas paradojas del contrato didáctico

No es posible pactar un contrato *didáctico* entre el docente y el enseñado. Como lo señalamos anteriormente, las cláusulas –donde intervendría la especificidad del saber a enseñar– no pueden ser objeto de un acuerdo entre los dos protagonistas

porque sólo la aventura de la adquisición del saber permite conocer el sentido y las condiciones. Ni siquiera son explicitables. Tampoco hay cláusulas de ruptura ni de sanciones.

El alumno necesariamente ignora adónde se lo quiere llevar y cómo se hará ese proceso. Y debe aceptar ignorarlos. Es una ilusión pretender establecer verdaderos contratos. El que aprende, al exigirlos, se pondría en peligro... de no aprender nada. Esta posición “adulta”, sin embargo, es alentada por numerosas tesis pedagógicas.

Ahora bien, cuando el docente fracasa o encuentra dificultades, cada parte tiende a comportarse como si un contrato los hubiera ligado y se hubiera roto. Cada uno supone compromisos por parte del otro, en uno de explicar y en otro de comprender, y busca las cláusulas y las sanciones de ruptura.

Suponiendo que un contrato pudiera tratar sobre la naturaleza de los conocimientos a adquirir, este contrato estaría destinado a romperse, porque los conocimientos adquiridos reemplazan o destruyen conocimientos anteriores. La adquisición es a menudo un quiebre, una ruptura con las propias creencias.

Si se admite que los conocimientos del alumno se manifiestan de manera efectiva sólo a través de las decisiones que toma personalmente en situaciones apropiadas, entonces el profesor no puede decirle lo que quiere que haga, ni dictarle sus decisiones, porque en ese caso renunciaría a que el alumno las produjera y también a “enseñárselas”. Aprender no consiste en ejecutar órdenes ni en copiar soluciones a problemas.

Si se admite además que los conocimientos del alumno deben ser producidos en un proceso autónomo, entonces los conocimientos formulados por el profesor ya no pueden ser objeto de un verdadero “conocimiento” por parte del sujeto. La formulación de los conocimientos tiende a hacer de su uso citas y no expresiones propias.

En la relación didáctica, los conocimientos avanzan enmascarados. Por el contrario, los saberes pueden mostrarse en la medida en que estén a suficiente distancia de las situaciones que el alumno debe afrontar. Detallaremos este proceso en los párrafos siguientes. Las estrategias didácticas tienen por objeto eludir las paradojas fundamentales y demostraremos que ninguna puede lograrlo: el contrato didáctico queda como un falso contrato frontalmente "insostenible".

El contrato didáctico es necesariamente incierto. Si el profesor estuviera seguro de que todos los alumnos resolverán directamente sin errores las situaciones y los ejercicios que les presenta, esta actividad se vaciaría de contenido didáctico y renunciaría a proponerla. Ni los alumnos ni el profesor aceptarían tal "pérdida de tiempo".

El porcentaje de errores, e incluso de fracasos, no es una variable libre del sistema. Está fijado y regulado por el funcionamiento. El profesor gestiona la incertidumbre de los alumnos. La cuestión es saber si esta gestión de la incertidumbre produce conocimientos de forma eficaz. Lo importante no es saber si el alumno escribe o no la solución del problema sino en qué condiciones la escribió.

Asimismo, el contrato es tributario de la epistemología del profesor, y también del contrato social general, pero detenemos aquí el inventario de las paradojas, ampliamente suficientes para justificar una reflexión teórica. Estas paradojas no son contradicciones formales. Sólo marcan el hecho de que la enseñanza y el aprendizaje se realizan a través de procesos que nunca se encuentran en equilibrio estable. Deben ser entendidas como una sucesión de "correcciones" locales que no pueden justificarse de modo aislado.

Esta conclusión es lo suficientemente importante como para buscar argumentos de su validez en la contingencia. Esto se puede abordar a través del análisis de algunos he-

chos de la clase que pueden interpretarse en términos de incertidumbre y a veces de despistes de los alumnos.

5. Algunos efectos del contrato didáctico

El origen del *contrato didáctico* se remonta al estudio de un caso de fracaso electivo en matemática, el del niño Gaël, a quien, en colaboración con Perès, observamos y analizamos durante un largo tiempo. En un artículo publicado en 1980, escribí: "[…] nos interesamos en otras causas [que llevarían al alumno al fracaso en matemática], que residen en la relación del alumno con el saber y con las situaciones didácticas y no en las que estarían ligadas a sus aptitudes u otras características."[32]

Al mismo tiempo que desarrollaba estos estudios sobre el fracaso electivo, investigadores del IREM de Grenoble[33] pusieron en evidencia un fenómeno que, años más tarde, Chevallard (1988) interpretó en términos de contrato didáctico. El grupo de Grenoble exploraba si los niños de los primeros años de escolaridad, ante el enunciado de un problema, "tomaban en cuenta" la adecuación de los datos a la

32 N. de T.: La publicación de Brousseau y Perès (1981) comienza así: "Ante la pregunta: '¿Sabés qué hiciste mal esta semana y qué supiste hacer?', el entrevistador obtiene respuestas evasivas; el niño toma su cuaderno y juntos examinan los trabajos de la semana. Finalmente, eligen trabajar con un problema que Gaël resolvió mal y cuyo enunciado dice: *En un estacionamiento hay 57 autos. 24 de esos autos son rojos. Hallar el número de autos del estacionamiento que no son rojos.* Gaël reflexiona un instante y luego declara: 'Voy a hacer como aprendí con la maestra'. Escribe en columna la operación 57 + 24 y obtiene 81. Eso era exactamente lo que había hecho durante la semana."

33 N. de T.: "Quel est l'age du capitaine?", *Grand N*, número especial, Grenoble, IREM, octubre de 1982.

pregunta planteada. Entre los enunciados, intercalaron seudoproblemas (incompletos, sin solución, etc.). Por ejemplo, "En un navío se embarcan 26 ovejas y 18 cabras. ¿Cuál es la edad del capitán?".

–44 años –dicen los alumnos.

"En una clase hay 4 filas de 7 alumnos cada una. ¿Cuál es la edad de la maestra?".

–¡28 años! –responde más del 60 % de la clase.

Esto provocó un gran escándalo en algunos autores que acusaron inmediatamente al sistema educativo. Ahora bien, los experimentadores preguntaron a los alumnos si el problema no les pareció un poco raro.

–Sí, la pregunta era tonta –dicen algunos.

–¿Por qué?

–¡Porque las ovejas no tienen nada que ver con la edad del capitán!

–Pero entonces, ¿por qué respondieron?

–Porque la maestra lo pedía.

En otra investigación realizada en Lyon, esta vez con profesores como cobayos, el fenómeno se reprodujo: los profesores también extrapolaron e interpretaron los enunciados para poder responderlos. El contrato didáctico se impone a todos y no se explica por mal desempeño de profesores o alumnos. Sarrazy (1996) demostró las diferencias de sensibilidad de los alumnos frente al contrato didáctico y su efecto en sus desempeños escolares.

El efecto Topaze *y el control de la incertidumbre*

La primera escena del célebre *Topaze*, de Marcel Pagnol, ilustra uno de los procesos fundamentales: Topaze le toma dictado a un mal alumno.

Como no puede aceptar errores demasiado burdos y tampoco puede dar directamente la ortografía correcta, "sugiere" la respuesta disimulada en una codificación didáctica cada vez más transparente: "... lasss ovejasss estaban en un corral..."; para el alumno se trata de un problema de ortografía y gramática[34]. Con ese refuerzo en las eses, el problema ha cambiado por completo. Ante los repetidos fracasos, Topaze mendiga una señal de adhesión y reduce las condiciones de negociación por las que el alumno terminará por poner una "s". Se puede suponer que el profesor podría continuar exigiendo el recitado de la regla gramatical correspondiente, y luego hacer que la copien determinado número de veces. El derrumbamiento completo del acto de enseñanza está representado en una simple orden: ponga una "s" a "ovejas": el profesor terminaría por tomar bajo su responsabilidad lo esencial del trabajo.

La respuesta que debe dar el alumno está previamente determinada, el maestro elige las preguntas que pueden provocarla. Evidentemente, los conocimientos necesarios para producir esas respuestas cambian de significación. Planteando preguntas cada vez más fáciles, intenta obtener la máxima significación para el máximo de alumnos. Si los conocimientos en cuestión desaparecen por completo, estamos ante el "efecto Topaze". Es el docente quien tiene la responsabilidad de mantener el sentido en los cambios de preguntas. Sin embargo, la elección de las situaciones de aprendizaje y su gestión, generalmente libradas al "sentido común" de los profesores, en la actualidad son objeto de activas investigaciones tanto teóricas como de ingeniería didáctica.

---

34 N. de T.: El maestro, Topaze, intenta lograr que sus alumnos escriban correctamente y por eso enfatiza las letras que indican el plural.

El efecto Jourdain o el malentendido fundamental

El “efecto Jourdain” –así llamado en referencia a la escena del *Burgués gentilhombre* de Molière, donde el maestro de filosofía revela a Jourdain lo que son la prosa o las vocales– es una forma del efecto Topaze.

El profesor, para evitar el debate del conocimiento con el alumno y eventualmente comprobar el fracaso, admite reconocer el indicio de un conocimiento sabio en los comportamientos o en las respuestas del alumno, aunque en realidad estén motivados por causas y significaciones banales.

Por ejemplo: el alumno al que se le hace hacer manipulaciones un poco extrañas con envases de yogurt o imágenes coloreadas se encuentra con la declaración: “acabas de descubrir un grupo de Klein”[35].

De una forma menos burda, el deseo de insertar el conocimiento en las actividades familiares puede conducir al profesor a sustituir la problemática verdadera y específica con otra, metafórica o metonímica, por ejemplo, y que no da un sentido correcto a la situación. A menudo, las dos problemáticas están presentes, yuxtapuestas, y el profesor intenta obtener “el mejor” compromiso posible.

Algunos métodos pedagógicos orientados hacia las preocupaciones del niño a menudo provocan este efecto, pero la reforma de los años sesenta y el uso de las estructuras matemáticas que aquellos propusieron también fueron, evidentemente, una potente incitación a este juego.

Al mismo tiempo, la ideología estructuralista les ofrecía una justificación epistemológica. Se trataba, por lo tan-

---

35 N. de T.: Se refiere a actividades propuestas en el marco de la reforma de “las matemáticas modernas”, donde uno de los énfasis se encontraba en la enseñanza de estructuras matemáticas.

to, de un doble efecto Jourdain: el primero en el nivel de las relaciones del alumno con el profesor; el alumno trata un ejemplo y el profesor ve allí la estructura. El segundo, en las relaciones de los didactas o los matemáticos con el profesor: como los primeros adhieren a una justificación filosófica y científica sobre la práctica del segundo y la sacralizan, el reconocimiento de la estructura se convirtió en una actividad científica.

Los deslizamientos metacognitivos y metadidácticos: la permeabilidad didáctica

Cuando una actividad de enseñanza fracasa, puede que el profesor intente justificarse y, para continuar su acción, tome como objetos de estudio sus propias explicaciones y sus medios heurísticos en lugar del conocimiento matemático. Este reemplazo de un objeto de enseñanza por otro es frecuente. El proceso comienza, por ejemplo, cuando un profesor inicia un curso de lógica para "explicar" un error de razonamiento.

No es un error didáctico en sí, siempre que la sustitución sea provisoria y no se reitere. Si la tentativa de explicación fracasa, se puede producir un nuevo deslizamiento: para explicar la lógica por ejemplo, va a recurrir a un dibujito, que a su vez le va a exigir explicaciones y un vocabulario específico, etc. El fenómeno puede producirse repetidas veces, afectar a toda una comunidad y constituir un verdadero proceso que escape al control de sus actores. Probablemente, el ejemplo más impresionante sea el uso de grafos para enseñar las estructuras en los años sesenta, método al que está ligado el nombre de Papy (1964).

A fines de los años treinta, la teoría de conjuntos deja su función científica inicial (en análisis funcional y en to-

pología) para convertirse en un medio de enseñanza. Los profesores de matemática necesitan de un formalismo fundamental y de una metamatemática cómoda, y la lógica en transformación no se los ofrece a un precio razonable. A falta de una introducción a través de una teoría axiomática de conjuntos o de alguna otra teoría (la de las categorías, por ejemplo), que por otra parte sólo habría postergado el problema, los profesores están obligados a invitar a sus estudiantes a que ejerzan un control semántico de esta teoría (llamada entonces "ingenua"). Los pequeños dibujos de Bourbaki para representar una vecindad de un punto no desempeñan ningún papel en la exposición de la teoría.

Para evitar los errores, no alcanza, entonces, con aplicar algunos axiomas, es preciso saber de qué se habla... y conocer las paradojas relacionadas con ciertos usos. Este control difiere bastante del control matemático habitual, más "sintáctico". Luego, para otras teorías, dicho uso de la teoría de conjuntos posibilitará una exposición axiomática cuya presentación será más clásica.

Así, la teoría ingenua de conjuntos, de *herramienta* de enseñanza pasa a ser *objeto* de enseñanza para niños cada vez más pequeños. El control semántico se confía entonces a un "modelo" que remite a Euler[36] y que recurre a diversos grafos[37]. Ahora bien, este "modelo" no es correcto (hace aparecer fronteras, no conserva la conexidad de las partes de un mismo conjunto en las intersecciones, etc.). No permite el control esperado y provoca dificultades en la enseñanza. Debido a tales dificultades, esta "herramienta" se convierte en sí misma en objeto de enseñanza y se recarga

36 En sus *Cartas a una princesa alemana*, Euler (1707-1783) daba lecciones de matemática, mecánica, óptica, física, astronomía, sonido, etc., a la sobrina de Federico II, rey de Prusia.

37 Círculos de Euler, diagramas de Venn, papas de Papy.

de convenciones (fronteras de color) y de lenguajes específicos (papas), a su vez enseñados y explicados en cada etapa de difusión. En este proceso, cuantos más comentarios y convenciones produce la enseñanza, los estudiantes menos pueden controlar las situaciones que se les proponen. Es el efecto de *deslizamiento metacognitivo*.

Sería ingenuo creer que el sentido común habría permitido que se le escaparan las consecuencias bastante extravagantes a las que condujo este proceso (en algunas obras, el séptimo nivel de regresión fue alcanzado en frases tales como “una relación reflexiva es una relación con bucles en todas partes”). La fuerza de los efectos didácticos es incoercible, ya que los profesores no pueden sustraerse a la obligación de enseñar cueste lo que cueste. Cuanto más extenso es el público comprometido en la negociación, más difícil resulta que el proceso escape al control “ingenuo”.

Además, el sentido común, como cualquier otro factor corrector, no puede desempeñar ningún papel en los procesos sociales sin la mediación de una estructura social adecuada. Existen pruebas de que este tipo de “error” no es resultado de la estupidez ni, en la mayor parte de los casos, de la ignorancia en matemática; si se me permite utilizar una metáfora audaz, es como atribuir “la enfermedad a errores de comportamiento”.

El uso abusivo de la analogía

La analogía es una excelente herramienta heurística cuando se utiliza bajo la responsabilidad de quien la usa. Pero su utilización en la relación didáctica es, en realidad, una temible manera de producir efectos Topaze. Sin embargo, es una práctica natural: si los alumnos fracasan en

su aprendizaje, hay que darles una nueva oportunidad en el mismo tema. Ellos lo saben. Aunque el profesor disimule el hecho de que el nuevo problema se parece al anterior, los alumnos van a buscar –y es legítimo– la solución que ya les dieron. Esta respuesta no significa que la encuentren idónea para la pregunta planteada sino solamente que reconocieron indicios, tal vez totalmente exógenos y no controlados, de que el profesor quería que ellos la produjeran.

De este modo, obtienen la solución leyendo las indicaciones didácticas y no gracias a un compromiso con el problema. Tienen interés en realizar dicha lectura, porque después de varios fracasos en problemas semejantes pero no justificados, no reconocidos, el profesor se apoyará en estas analogías, regularmente renovadas, para poner en ridículo al alumno por su tenaz resistencia.

El envejecimiento de las situaciones de enseñanza

El profesor tiene dificultades para reproducir la misma clase, aunque se trate de nuevos alumnos: la reproducción exacta de lo que dijo o hizo con anterioridad no tiene el mismo efecto y a menudo los resultados son algo peores, pero también experimenta y tal vez a causa de ello, cierta reticencia a esta reproducción. Experimenta una necesidad bastante fuerte de cambiar, al menos, la formulación de su exposición o de sus instrucciones, los ejemplos, los ejercicios y si es posible la estructura misma de la clase. Estos efectos aumentan con el número de reproducciones y son más fuertes cuando la clase implica más interacciones entre el docente y el alumno. Las clases donde hay una exposición seguida de ejercicios o una simple instrucción seguida de una situación de aprendizaje, es decir, que no exigen in-

tervenciones del profesor, envejecen más lentamente. Este efecto fue observado en numerosos casos en la escuela Jules Michelet de Talence, donde los maestros estaban comprometidos en reproducir una clase determinada. Sin embargo, el intento de renovar las clases se observó también en docentes "comunes", es decir que deciden sobre su trabajo con cierto grado de libertad.

Este fenómeno, así como los anteriores, puede ser observado tanto en el nivel de una clase como en el conjunto del sistema educativo y entre otros actores:

- los programas y las instrucciones ministeriales (o en otros países, la currícula) son el medio casi único de explicitación de las exigencias didácticas del cuerpo social hacia los profesores y el instrumento para acordar el reparto de tareas entre ellos. Vista la complejidad de los mecanismos a controlar, estos textos –generalmente bastante cortos y que deben dejar abierto lo esencial de las cuestiones pertinentes– parecen por completo inadecuados. Sus modificaciones periódicas se revelan absolutamente irrisorias, ya sea al compararlas entre sí o con la importancia que parecen acordarles los profesores y la administración educativa. Los textos para la escuela primaria, desde los años 1980, no ofrecen sino diferencias mínimas en lo esencial y sólo difieren en pequeños matices.

Las modificaciones de programas son objeto de proyecciones de los deseos de los profesores para la renovación de las situaciones didácticas, en respuesta al envejecimiento de sus clases.

La enorme desproporción entre este compromiso con la novedad y la estabilidad sorprendente de las prácticas de

enseñanza es también un indicio de las restricciones que intervienen en la regulación del envejecimiento: el tiempo de respuesta a toda modificación del sistema educativo es muy elevado y las retroacciones muy débiles y aleatorias. La mejor garantía contra la deriva es una importante inercia. Pero la actividad misma de enseñanza reclama un compromiso personal intenso por parte del profesor y este compromiso sólo puede mantenerse si se renueva. La reproducción exige entonces cierta renovación que arriesga las futuras reproducciones. Como los medios de equilibrio no son conocidos, el sistema tiende a hacer que la renovación recaiga en factores que no tienen mucha influencia sobre el objeto principal de la enseñanza: las modificaciones de programas obedecen a procesos semejantes a los de la moda en relación con la vestimenta.

Esta cuestión del envejecimiento y el efecto del *tiempo didáctico* plantea una pregunta esencial para la didáctica: ¿qué es lo que realmente se reproduce en una clase?

Un profesor que reproduce la misma historia, la misma sucesión de las mismas actividades y de las mismas palabras, suyas y de los alumnos, ¿reprodujo el mismo hecho didáctico que produjo determinados efectos desde el punto de vista del sentido?

No existe un medio ingenuo de diferenciar una buena reproducción de una clase –que produce en las mismas condiciones un desarrollo idéntico y un mismo sentido a los conocimientos adquiridos por el alumno– de una mala reproducción de esta clase, que, en las mismas condiciones, da un "desarrollo" idéntico pero un sentido diferente a los conocimientos adquiridos. En el segundo caso, la similitud del desarrollo se obtuvo a través de intervenciones discretas pero repetidas del profesor que transforma toda la situación sin afectar, aparentemente, la "historia".

Saber qué es lo que se reprodujo en una situación de enseñanza es objeto de estudio de la didáctica, no es resultado de observaciones, sino de un análisis que se apoya en el conocimiento de los fenómenos que definen lo que permanece invariante. (Artigue (1984) ha estudiado la *reproductibilidad* de las situaciones didácticas; Chevallard y Mercier (1983), el tiempo didáctico).

C. Las situaciones didácticas: componentes y estrategias

1. Componente esencial del contrato didáctico: la devolución

Hemos mostrado que la realización efectiva de un proyecto didáctico implica la puesta en marcha de situaciones que tienden a provocar el funcionamiento del saber y de los conocimientos aferentes (y no transformables o no transformados en saberes).

El concepto de devolución

Declaración 1: la enseñanza tiene como objetivo principal el funcionamiento del conocimiento como producción libre del alumno en sus relaciones con un *medio adidáctico*.

¿Qué queremos decir con esto? Entendemos por "producción libre" toda respuesta a un medio regida por el sentido, es decir por lo que el alumno es capaz de interponer entre sus condicionamientos –externos e internos– y sus decisiones; esto implica para él la posibilidad actual, y no solamente potencial, de elegir entre varios

caminos, por razones “intelectuales”; esto implica también una producción personal. Un “medio adidáctico” es la imagen en la relación didáctica del medio “externo” a la enseñanza misma, es decir desprovisto de intenciones y presupuestos didácticos[38]. Un medio adidáctico tiene un modelo no didáctico.

Declaración 2: el alumno adquiere conocimientos a través de diversas formas de adaptación a las restricciones de su entorno.

En situación escolar, el docente organiza y constituye un medio, por ejemplo, un problema, que revela más o menos claramente su intención de enseñar al alumno un saber determinado pero que disimula suficientemente dicho saber y la respuesta esperada para que el alumno pueda obtenerlos solo, por medio de una adaptación personal al problema planteado. El valor de los conocimientos así adquiridos depende de la calidad del medio como instigador de un funcionamiento “real”, cultural, del saber, y por lo tanto del grado de rechazo adidáctico obtenido.

El niño no considera espontáneamente el mundo como un sistema desprovisto de intención con respecto a él y el alumno se preocupa por des-cubrir y utilizar en su provecho la maquinaria didáctica debido a las facilidades que esto puede procurarle. Es entonces indispensable que el docente prepare al alumno para este funcionamiento adi-

[38] Este medio es denominado “adidáctico” porque considera el funcionamiento normal de los conocimientos, fuera de las condiciones didácticas (aquellas en las que alguien decidió para un alumno qué saber debía aprender), ya sea que este funcionamiento resulte ser objeto de una descripción *a posteriori*, de un estudio teórico *a priori* o una modelización, o que sea considerado como el objetivo de una desdidactificación.

dáctico, integrándolo en fases didácticas: el alumno sólo puede aprender produciendo, haciendo funcionar y evolucionar los (sus) conocimientos –si no se da a cada instante, al menos bastante frecuentemente– en condiciones "semejantes" o asintóticamente semejantes a las que encontrará en el futuro.

A modo de corolario, deducimos que, para permitir este funcionamiento, el docente no puede decir previamente al alumno cuál es la respuesta exacta que espera de él, sino que debe hacer de modo que este último acepte la responsabilidad de tratar de resolver los problemas o los ejercicios cuya respuesta desconoce.

La *devolución* es el acto por el cual el docente hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje (adidáctico) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia.

Una primera paradoja de la devolución es que si bien el maestro desea que el alumno elabore la respuesta con sus propios medios, al mismo tiempo quiere –tiene el deber social de querer– que el alumno dé la respuesta correcta. Debe, pues, comunicar ese saber sin tener que develarlo, lo cual es incompatible con una relación contractual[39].

La devolución presenta grandes dificultades que tradicionalmente se analizan en términos de motivación del alumno; las soluciones preconizadas son, por lo tanto, de naturaleza psicológica, psicoafectiva o pedagógica. Ahora bien, la significación del conocimiento y de la situación desempeña un papel importante en ese acto y, en consecuencia, la didáctica propone medios específicos.

---

39 Como "la violencia simbólica, imposición por parte de un poder arbitrario cultural" del que hablan Bourdieu y Passeron (1970) para *todas* las acciones pedagógicas.

La búsqueda de un sumando desconocido: un ejemplo de ingeniería didáctica de devolución[40]

A menudo, la enseñanza de una operación aritmética, está esencialmente basada en la comunicación de un procedimiento de cálculo asociado a un pequeño universo de problemas que se supone le da sentido[41]. Los problemas de devolución se plantean de forma más imperiosa y evidente en una enseñanza fundada en el estudio de una relación[42]. Se trata de introducir la resta de esta manera con niños de 7-8 años (segundo grado). En general, tal vez para evitar el dogmatismo, los docentes presentan los saberes que quieren enseñar como respuestas a preguntas. Pero como la enseñanza está focalizada en las respuestas, las preguntas están sólo para introducir y justificar dichas respuestas. Por otra parte, pocas veces se trata de relaciones o aserciones que podrían tener sentido estando aisladas, suelen ser procedimientos donde las preguntas que los introducen están estrechamente sujetas a acompañar la adquisición progresiva. Aislados de su contexto, los algoritmos se convierten en respuestas adquiridas a futuras preguntas de las que, por el momento, no se sabe gran cosa.

---

40 N. de T.: Este ejemplo ilustra la búsqueda de condiciones de la que se habló en la nota al pie 2.

41 Skemp opone estos dos aspectos del pensamiento matemático: el procedimental y el declarativo. La teoría de las situaciones permite escapar a esta especie de dicotomía superficial mostrando los papeles que desempeñan ambos aspectos en las relaciones "matemáticas" de un sujeto con su medio.

42 Un programa de investigaciones a largo plazo llevado a cabo en el COREM de Bordeaux permitió producir y estudiar numerosas situaciones didácticas eficaces basadas en la búsqueda de un objeto que satisfaciera una condición expresada por el alumno. El ejemplo más conocido es el de los racionales, introducidos por conmensuración ("3/4 es el tamaño que multiplicado por 4 es igual a 3 unidades") en lugar de la concepción habitual de partición de la unidad ("3/4 es el tamaño obtenido partiendo la unidad en 4 partes iguales y tomando 3 de esas partes").

La enseñanza que proponemos pretende lograr que el alumno se plantee las preguntas que son del dominio del docente –tan importantes como las respuestas– y, en tanto que sea posible, que los conocimientos tengan su sentido.

Todo el aprendizaje se organizará alrededor de una misma situación de base, que se repetirá evolucionando: “el juego de la caja”. El docente tiene en su mesa una caja bastante grande de plástico opaco que contiene piezas del tipo “bloques de Dienes” (entre una decena y una centena, puede haber piezas idénticas). Se trata siempre de decir cuántas piezas de determinado tipo contiene la caja, pero por momentos ese número no puede darse si no se hace un conteo de la colección, mientras que otras veces es posible preverlo utilizando los datos en un cálculo. Por supuesto, la mayor parte del tiempo los alumnos no saben en qué caso se encuentran. La señal de cierto conocimiento de la resta será justamente saber finalmente cuándo y cómo “uno” puede determinar esos números e identificar las situaciones que “el juego de la caja” puede modelizar.

Primera etapa: la devolución de la adivinanza

El docente presenta la caja por primera vez y pregunta: “¿Cuántas piezas creen que hay en esta caja?” y luego, “¿Cuántas piezas redondas?” “¿Cuántas no redondas?” El juego se repite: “Pongo todo en la caja, ¿cuántas piezas hay ahora?” “Saco un puñado, ¿cuántas hay en la caja? ¿Y en el puñado?” “¿Cuántas piezas rojas? ¿Cuántas no rojas?”, etc. Ante cada pregunta los alumnos anotan una respuesta en sus respectivos cuadernos, luego uno de ellos viene a contar las piezas en la caja para conocer la solución de la adivinanza planteada. “Los que adivinaron ganaron un punto, los otros, perdieron.”

Mientras el alumno no vislumbre la posibilidad de prever la solución y por lo tanto imaginar un medio para esta previ-

sión, el profesor no puede hacer que comprenda que le está planteando un problema donde hay algo para comprender y aprender. La situación se presenta, pues, como una situación de acción donde la estrategia de base es la respuesta al azar.

Pero la situación se "repite", los niños se dan cuenta de lo que tienen que hacer, cómo saber quién ganó y quién lo decide... Todos los alumnos deben y pueden producir una respuesta. Todos o casi todos, en tales momentos, piensan que hay que contar, si no, "no se puede saber". Uno de los placeres de la adivinanza reside en el hecho de que no se sabe muy bien si se va a ganar o no. La repetición del juego permite a los alumnos comprender la consigna y el vocabulario técnico mínimo.

Pero para pasar a un verdadero problema, ¿habrá que enseñar un método de solución? ¿O mejor varios métodos puesto que se presentan varios casos?

Los docentes tienen dificultades para aceptar el juego de la adivinanza: "¡Nos da tanto trabajo que los alumnos no respondan cualquier cosa!". Algunos alumnos también están molestos y se niegan a dar una respuesta porque se dan cuenta de que tienen grandes posibilidades de "perder" y temen ser mal juzgados. Los que "ganan" piensan que "hay trampa". Esta situación rompe completamente el contrato didáctico habitual donde hay que obtener la respuesta a través de un ejercicio, por medio de un saber identificable. Ahora bien, este primer contrato de base es necesario aquí, justamente para permitir que la previsión racional emerja y se defina contra la respuesta al azar.

Segunda etapa: la anticipación de la solución

Algunas preguntas son tan simples que los alumnos dan una única respuesta. Por ejemplo, se acaba de contar todas las piezas de la caja y hay 52, luego se sacan para contar

todas las piezas que no son grandes, rojas y gruesas: 50. El docente plantea: "¿Cuántas piezas hay ahora en la caja?" Muchos alumnos piensan que la solución es 2. Su respuesta es una anticipación de la solución, pero se impone a ellos en forma de contingencia (en este caso, de evidencia).

Al proponer pequeñas cantidades o cantidades que presentan una pequeña (o una muy grande) diferencia, el docente se encuentra con casos intermedios donde la convicción no es demasiado grande, pero donde los niños perciben que todos los números –que podrían ser respuestas posibles– no son igualmente plausibles. Entran así en una nueva posición (la del sujeto cognitivo), más reflexiva con respecto a la situación de acción anterior, ya que su respuesta puede ser objeto de una estimación, un cálculo o un razonamiento.

La formulación de las preguntas varía pero conserva siempre las características de una conversación cotidiana: "lo que está en la caja", "tales piezas", "lo que falta", "lo que queda", "las otras", etc. Por el contrario, el "juego", su organización y sus términos están ahora bien identificados e institucionalizados. Un alumno puede ocupar el lugar del docente y hacer que sus pares jueguen de un modo satisfactorio.

Tercera etapa: la declaración y su examen

Hasta el momento, los alumnos anotaban un número –la respuesta a "¿cuántas piezas hay?"– y se verificaba por conteo. En esta etapa, el docente, antes de dar lugar al conteo, pregunta: "¿Piensas que vas a ganar? ¿Por qué? ¿Estás seguro?"

En los casos simples, algunos alumnos explican un método: había 37 piezas, quedan 31, ¿cuántas tiene el maestro en sus manos? "Conté con los dedos las piezas escondidas: 32, 33... hasta 37". En el caso "había 21 piezas y quedan 2, ¿cuán-

tas quitaron?", es menos común escuchar: "Había 21 piezas y quedan 2, la 21 y la 20; entonces quitaron hasta la 19".

Así, la respuesta cambia sutilmente de estado: la interacción "hay 33 / ganaste" se va a convertir en "digo que hay 33 piezas en la caja / prueba de que es cierto".

Por supuesto que el docente permanece en posición neutral y acepta como prueba respuestas del tipo: "miré bien desde mi banco y pude contar que había 5". No anticipa la significación de los éxitos: el hecho de hacer un razonamiento y encontrar la solución no prueba que el razonamiento es bueno, ¡aun cuando efectivamente es correcto! El conteo todavía es la herramienta institucional para examinar la respuesta y, para algunos, un medio –mental y privado– de anticipar y dar la respuesta.

Cuarta etapa: devolución e institucionalización de una situación de aprendizaje adidáctico

En este momento el docente puede declarar que:

- cada alumno tiene que aprender a responder cuando esté seguro de su respuesta o distinguir cuándo no puede estar seguro; y en las sucesivas partidas aprovechar las ideas que cree buenas, explicitadas por otros compañeros; y
- la clase tiene que encontrar –sin que sea el maestro quien lo enseñe– y explicar qué métodos se pueden emplear para dar la respuesta correcta.

Para mejorar las anticipaciones, el maestro puede favorecer las descripciones de las estrategias y dar lugar a pequeños debates sobre las respuestas o las tácticas. Al evitar institucionalizar prematuramente la estrategia ganadora, el profesor mantiene la esperanza de que se puede aprender a ganar y el placer de lograrlo con un poco de dificultad (la dosis justa para optimizar el placer). Tiende así a obtener el máximo de transferencias hacia el control

del juego a través del conocimiento privado, el que exige al alumno una actividad intelectual bastante noble. La gestión didáctica de tal situación tiene por objeto garantizar equilibrios fundamentales:

- equilibrio (oscilaciones en torno a una posición) entre incertidumbre y certeza, desorden y orden, dificultad y facilidad, etc.;
- equilibrio en los niveles de control: una persona no puede manejar muchas condiciones demasiado inciertas al mismo tiempo. El dominio de la incertidumbre pasa por un buen reparto de las responsabilidades entre los diferentes niveles de adaptación: una buena dosis de saber bien conocido, un poco de saber en vías de adquisición, actividad cognitiva pública y privada –alternativamente– para justificar y permitir también las interacciones, etc.;
- equilibrio temporal y ritmo: si los saberes y los algoritmos no llegan a tiempo como para aliviar los modelos implícitos y los conocimientos –ya sea a través de la conversión, la información o la enseñanza– la búsqueda personal se agota (se vuelve compleja, rígida y fracasa) y el contrato didáctico pierde su razón de ser. Si, por el contrario, dichos saberes llegan demasiado pronto, pueden no tener demasiado sentido, etc.;
- equilibrio entre el placer de definirse a través de la actividad intelectual y el de obtener una seguridad reconocida de forma rápida y eficaz, sin excesiva actividad intelectual ya que se usa un saber recibido;
- equilibrio entre el deseo consumado (por tareas difíciles o poco gratificantes o simplemente por el logro de un proyecto...) y el deseo producido (por los éxitos, los desafíos superados, ...); y

- equilibrios sociales y culturales en la clase entre el número de productores y de consumidores de ideas, de éxitos y de fracasos, etc.

La gestión de estos equilibrios exige numerosas aptitudes pedagógicas y psicológicas pero descansa, ante todo, en decisiones didácticas. En el ejemplo que damos, la elección de la lista de valores numéricos –ligados a las probables estrategias propuestas por los alumnos en el momento oportuno es decisiva.

"El descubrimiento y el empleo del saber" es una obra de teatro puesta en escena por el docente, donde cada alumno se va a aventurar en un rol bastante delimitado pero es también un medio que debe darle libertad en el lugar donde quiere expresarse. La yuxtaposición de estos sainetes constituye su historia.

Quinta etapa: anticipación de la prueba

Esta etapa está desarrollada en "El caso Gaël"[43]. Había 52 piezas en la caja, se retiraron 18 que están a la vista, un alumno respondió que quedan 30 en la caja. En el momento en que este alumno va a contar las piezas de la caja, el docente lo detiene. "¿Estás seguro? ¿Quieres apostar? Antes de cerrar la apuesta, puedes contar y evaluar tu respuesta". El docente hace que el alumno cuente: 30 "hay" en la caja, le muestra una de las 18 piezas que está fuera de la caja, 31, otra, 32... El alumno termina de contar: 48.

M.: ¿Encontraste que hay 48 piezas en total?

A.: Sí.

M.: ¿Y es cierto eso?

A.: No, ¡hay 52!

M.: Entonces, ¿mantienes la apuesta?

43 N. de T.: Véase ítem 5, sección B.

A.: No.

M.: ¡Ah! Pero no perdiste, podés intentar otra vez con otro número.

El profesor enseña entonces un método para mejorar las anticipaciones, que no es muy económico, pero permitirá numerosos descubrimientos y por medio de sucesivos perfeccionamientos conducirá al método estándar, entre otros modos de cálculo.

Esta etapa marca, para el alumno, el inicio del paso de una verdad contingente hacia una verdad necesaria. El alumno es llevado a prever el valor de su respuesta simulando la verificación por conteo. Este razonamiento por el absurdo no es espontáneo, pero el uso lo hace familiar y permite búsquedas que dan confianza a quienes empezaban a agotarse.

Esta fase transforma las "respuestas" escritas por los niños en sus cuadernos en "intentos". Después de la anticipación, los alumnos pueden examinar el número –en realidad deben hacerlo, porque es parte del rito– ver si conviene, es decir si satisface la relación conocida o si hay que rechazarlo. Se introduce así una distancia temporal y reflexiva muy importante, que permite el paso de la ejecución de algoritmos al examen de una situación, la consideración de hipótesis, etc.

La situación simula un entorno que guarda secretos pero que se pueden revelar deduciendo informaciones adecuadas que se obtienen del mismo medio. Todavía no pueden obtener la respuesta correcta, pero pueden examinar la que enuncian. Es a partir de este momento que es legítimo ver cómo los alumnos dan una respuesta si están seguros y se abstienen si no lo están, y no solamente sobre la base de un contrato moral impuesto. Por último, esta fase permite que se establezca una negociación a partir de lo que el alumno hace cuando anticipa: tal vez no encontró la respuesta co-

rrecta pero al menos puede indicar lo que intentó y por qué, cómo corrigió o decidió un nuevo intento, etc.

Pronto el maestro tendrá que rechazar las búsquedas exhaustivas e incluso los tanteos según una disposición explícita de adaptación al medio: para responder a la pregunta planteada, el alumno responde actuando sobre el sistema, adaptándose para mejorar su eficacia, etc. El proceso contiene veintidós etapas, en el transcurso de las cuales evolucionan las relaciones de los alumnos con el saber. La suma reemplazará al conteo como método de anticipación del resultado, luego se volverá tan comúnmente admitida y tan segura que reemplazará al conteo como prueba, haciendo así inútil recurrir al material. Al mismo tiempo que los métodos de cálculo de la resta se multiplicarán y se perfeccionarán, la exploración explícita de los problemas susceptibles de ser modelizados a través del "juego de la caja" permitirá a los alumnos una clasificación de esos problemas (implícitamente para ellos, explícitamente para el maestro) según las concepciones que movilizan.

2. La institucionalización: otra componente esencial

Los conocimientos

Recordemos en primer lugar nuestro proyecto inicial: la elección de las condiciones de enseñanza que acabamos de evocar se justifica esencialmente por la necesidad de dar un sentido a los conocimientos.

El sentido de un conocimiento está formado por:

- la "trama" de razonamientos y pruebas en las cuales está implicado con, evidentemente, los indicios de las situaciones de prueba que motivaron esos razonamientos;

- la “trama” de reformulaciones y formalizaciones con ayuda de las cuales el alumno puede manipularlo, acompañada de determinada idea sobre las restricciones de comunicación que se imponen;
- los modelos implícitos que están asociados –ya sea que el conocimiento los produzca, o que resulte de ellos– y los indicios de las situaciones de acción que los hacen funcionales o que simplemente los contextualizan;
- las relaciones más o menos asumidas entre estos diferentes componentes, relaciones esencialmente dialécticas. Por ejemplo, el encadenamiento “pregunta/respuesta”: las preguntas tienden a articularse entre ellas –independientemente de las respuestas recibidas– y las respuestas por su parte hacen lo mismo. El hecho de articular “buenas” respuestas con “buenas” preguntas conduce a reformular alternativamente y de un modo pertinente (diremos dialécticamente) unas y otras.

Los diferentes tipos de situaciones en las que evocamos la devolución tienen por objeto hacer que el alumno dé un sentido a los conocimientos que manipula conjugando estas diferentes componentes.

Como ya vimos[44], en otra época creímos que con las situaciones de acción, formulación y validación habíamos analizado todas las clases posibles de situaciones. Produjimos situaciones adidácticas de diversas clases. El maestro estaba allí para hacer funcionar la máquina, pero, por sobre el conocimiento mismo, sus intervenciones estaban prácticamente anuladas. Teníamos situaciones de aprendizaje –en el sentido de los psicólogos– y se podía pensar que habíamos reducido la enseñanza a sucesiones de aprendizaje. Pero en el trans-

44 N. de T.: Véase ítem 3, sección A.

curso de las experiencias desarrolladas en la escuela Jules Michelet vimos que los maestros, al cabo de un tiempo, antes de continuar con el desarrollo de sus clases, necesitaban ordenar un espacio. Así, expresaban: “vamos a rever lo que hemos hecho” o “algunos alumnos están un poco perdidos… hay que hacer algo”. Nos vimos obligados a preguntarnos por qué se daba esa resistencia de los docentes a reducir el aprendizaje a los procesos que habíamos concebido. No se trataba de acusarlos, sino de comprender lo que legítimamente necesitaban hacer y por qué requerían cierta opacidad para hacerlo frente a los investigadores.

Así fue como “descubrimos” (!) lo que hacen todos los profesores en sus cursos, pero que nuestro esfuerzo de sistematización había vuelto inconfesable: el docente debía comprobar lo que los alumnos debían hacer (y rehacer) o no, lo que habían aprendido o tenían que aprender. Esta actividad es ineludible: no se puede reducir la enseñanza a la organización de los aprendizajes. Tomar en cuenta “oficialmente” el objeto de conocimiento por parte del alumno y el aprendizaje del alumno por parte del docente es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento es el objeto de la institucionalización. ¡El rol del maestro también es institucionalizar!

La institucionalización se da tanto en una situación de acción –cuando se reconoce el valor de un procedimiento que va a convertirse en un medio de referencia– como en una formulación. Hay algunas formulaciones que van a conservarse (“esto se dice así”, “estas vale la pena conservarlas”). Y en las situaciones de prueba también: hay que identificar cuáles de las propiedades que se encontraron son las que se van a conservar. Es claro que se puede reducir todo a la institucionalización. Las situaciones clásicas de enseñanza son escenarios de institucionalización sin que el

docente sea responsable de la creación de sentido: se dice lo que se quiere que el alumno sepa, se le explica y se verifica si lo aprendió. En los comienzos de la teoría de las situaciones, los investigadores estuvieron un poco obnubilados por las situaciones adidácticas porque estaban notoriamente ausentes en la enseñanza clásica.

3. Las estrategias fuertemente didácticas que tratan un saber "nuevo"

Vimos antes sobre qué ficción epistemológica se instalan los tres últimos contratos[45]. La legitimidad "histórica" de la posición y de la función de un saber ¿puede ser útil aún cuando se trata de que un sujeto realmente lo adquiera? ¿Cómo se puede afirmar que este saber es efectivamente equivalente a cierta colección de ejercicios, cuya adquisición conducirá con certeza al éxito? Los criterios empíricos de dependencia entre las adquisiciones todavía son muy inciertos y los que están disponibles no alcanzan para verificar las aserciones teóricas.

La transformación por parte del profesor de las aplicaciones en ejercicios de evaluación (evaluación de su enseñanza, evaluación del saber aprendido, evaluación del alumno, etc.) y *a fortiori* en ejercicios de aprendizaje plantea numerosos problemas de didáctica, epistemología y psicología cognitiva.

Vamos a examinar diferentes estrategias definidas por la restitución de la responsabilidad a un elemento de la situación didáctica –unas veces al profesor, otras al alumno,

---

45 N. de T.: se refiere a los contratos de *utilización*, *iniciación* e *instrucción*, en los que el informante progresivamente se hace responsable ante el informado de mostrar la utilidad de los conocimientos que le propone, y por eso debe acompañar el texto del saber con un campo de aplicaciones en el cual se supone que ese saber desempeña un papel.

otras al medio– y por las hipótesis epistemológicas asociadas a estos contratos.

El contrato de imitación o de reproducción formal

El profesor se compromete a que el alumno efectúe, por cualquier medio, una tarea que es reconocida por la cultura como la marca de la adquisición de un saber: por ejemplo, el alumno dirá el enunciado de un teorema, escribirá la solución de un problema, reproducirá a pedido una actividad determinada. El mecanismo por el cual se obtiene del alumno la reproducción de la obra no se toma en cuenta, porque se supone que la actividad en sí misma es la fuente y la prueba del aprendizaje. Que un virtuoso o un pintor genial hayan trabajado mucho o no, y estén o no en condiciones de comentar su obra, no tiene importancia.

Así, en matemáticas, el docente puede exigir al alumno que re-escriba la respuesta correcta de un problema, que recite un enunciado, que imite un procedimiento, etc. La traducción de las órdenes del profesor en actos no exige el paso por el conocimiento en cuestión. Con este pretexto, sería peligroso ignorar que dicho tipo de estrategia puede aportar una contribución importante a determinados aprendizajes. El hecho de que estos mecanismos de reproducción, por imitación, no exijan formulación de razones o explicaciones, etc., les confiere propiedades interesantes como, por ejemplo, para adquirir "un oficio".

El alumno se compromete a efectuar la tarea definida a condición de que sea completamente reductible al repertorio que posee. En este sistema, la ejecución de la tarea por parte del alumno no es, entonces, objeto de un verdadero contrato didáctico. El efecto didáctico de la ejecución de la tarea está asegurado solamente por las creencias del profesor o la cultura. La creencia de que la actividad engendra conocimien-

to (la mano forma al espíritu) fue apoyada por numerosas tesis pedagógicas. La opinión extendida “entiendo olvido, veo comprendo, hago aprendo” haría del contrato de reproducción una panacea. Es una posición muy extrema.

El contrato de ostensión

El profesor “muestra” un objeto, o una propiedad, el alumno acepta “verlo” como el representante de una clase de la cual deberá reconocer, en otras circunstancias, sus elementos. La comunicación del conocimiento, o más bien del reconocimiento, no pasa por su explicitación como saber. Está sobreentendido que este objeto es el elemento genérico de una clase que el alumno debe imaginar haciendo jugar determinadas variables que a menudo son implícitas. Este procedimiento funciona bastante bien en la vida diaria, para identificar a una persona, una especie animal o un tipo de objetos, etc., con ayuda de un repertorio de reconocimiento “universal”. En todo caso, se exige de modo trivial en las relaciones institucionales elementales.

El contrato didáctico de ostensión se basa en este logro, pero es insuficiente para “definir” un objeto matemático. Por ejemplo, “definir” un polinomio como una suma de monomios, o “presentar” el dibujo de un cuadrado, o “describir” un decimal como un número con coma, no permite deducir las propiedades características de estos objetos matemáticos, por ejemplo, reconocer cuáles son las factorizaciones compatibles con la estructura de anillo, o que la igualdad o perpendicularidad de las diagonales del cuadrado puedan deducirse de otras propiedades.

No obstante, el profesor lo exigirá y el alumno pensará que puede responder, sostenidos por las siguientes ideas: el profesor debe utilizar un repertorio de reconocimiento al alcance de los

alumnos, los instrumentos de reconocimiento "generales" son "universales" y por ende idénticos para el profesor y el alumno que deben "ver" lo mismo en los mismos objetos. La base del contrato es, por lo tanto, una hipótesis epistemológica empirista y realista que aparentemente conviene a las dos partes. Permite al profesor pretender comunicar un conocimiento haciendo la economía de las situaciones de acción donde se transparenta, de su formulación y de la organización del saber correspondiente. Esta presentación ostensiva permite además una "familiarización" con un objeto de estudio que se supone será retomado y redefinido más adelante. El supuesto (y exigido) poder de "generalización" del alumno sólo puede funcionar en el caso de que esté cultural y didácticamente sostenido por una frecuentación o un "roce" que cree un ámbito y una práctica de uso común. Dicha generalización no puede ser justificada matemáticamente.

La inducción radical exigida por el contrato de ostensión fracasa a menudo. El profesor mantiene la ficción de su legitimidad y fecundidad por medio de contratos de analogía. La clase de objetos de conocimiento no está sugerida por uno sino por varios elementos, cuyas propiedades comunes "visibles" y variaciones se suponen más "genéricas".

El contrato de ostensión, si bien está fundado en una epistemología "falsa", es utilizado con mucha frecuencia por los docentes porque funciona muy bien en numerosos casos donde una definición matemática sería demasiado pesada o inútil.

El contrato de condicionamiento

La producción (obtenida por imitación o ejecución de una orden) de una tarea no es, a menudo, una garantía de que el alumno pueda reproducirla en toda circunstancia. El docente debe entonces buscar condiciones que funcionarán como *causas de aprendizaje*, independientemente de los sa-

beres del sujeto y de los que se le quiere enseñar, es decir de las *razones de saber* lo que aprendió.

Las tesis asociacionistas y conductistas aportan justificaciones a la repetición –de situaciones de reproducción o de cualquier situación didáctica– para asegurar el éxito. Más que otros, este contrato se presta a usos excesivos porque deja poco lugar a índices que conduzcan a su propia regulación. Si bien el psitacismo no tiene virtudes en el dominio de los saberes, sería vano negar el lugar que puedan tener los conocimientos o los aprendizajes formales en el funcionamiento cognitivo, aun en el más evolucionado. Exigir el "recitado" de un saber puede conducir al alumno a reflexiones personales interesantes sobre ese saber. Los conocimientos adquiridos implícitamente en prácticas repetidas también son importantes.

Concretamente, el profesor se hace responsable de organizar un reparto "razonable" de ejercicios "razonablemente" repetitivos, y ligeramente informativos, y gestiona el despacho en función del rendimiento de su proceder, que globalmente es bastante débil. Atender exclusivamente las causas de aprendizaje sin preocuparse por las razones de saber es una forma de proceder desesperada.

El papel del alumno es prestarse a esa repetición. Puede creer –y el profesor también– que el tiempo se encargará de enseñarle (de familiarizarlo con) lo que ni uno ni otro afrontan en el momento. El peligro está en que esto no es enteramente falso.

La mayéutica socrática[46]

El profesor plantea preguntas de modo tal que el alumno pueda responderlas con sus propios recursos y las organiza para modificar sus conocimientos o convicciones. El

46 N. de T.: Véase ítem 4, sección A.

profesor cambia las preguntas en función de las respuestas del alumno. Pero cuando la elección de las preguntas no está sometida a ningún contrato didáctico, pueden ser muy abiertas o muy cerradas como en el diálogo de Menon y podrían *a priori* tomar cualquier camino retórico y obtener la "buena" respuesta por medio de analogías, metáforas, etc. También este contrato podría ser considerado como un caso particular de *contrato de imitación o reproducción formal* en el sentido de que el profesor hace decir al alumno el saber que intenta transmitirle absteniéndose de decirlo él mismo. De todas formas, el paso de órdenes a preguntas introduce una gran diferencia. Todo depende de la idea que el profesor se haga del saber y del conocimiento que tiene (la epistemología del profesor y su calidad como matemático). Para Platón, la teoría de la reminiscencia aseguraba que la producción de un indicio de saber estaba asociada a un saber correspondiente, porque este último "ya estaba allí". En consecuencia, es inútil aprender en el sentido moderno, ya que desde ese posicionamiento "decir" equivale a "saber".

Combinado con otras condiciones, la mayéutica es una de las fuentes de ciertas formas de enseñanza programada. Si bien puede ser bastante apropiada para un preceptor[47], se presta mucho menos para la interacción entre un profesor y una clase. La mayéutica colectiva es sin embargo muy empleada y provoca numerosos efectos didácticos más o menos negativos.

Uno de sus principales inconvenientes proviene de la tendencia a excluir las interacciones de un sujeto con un medio efectivo. Todas las situaciones "adidácticas", en particular los problemas, son difíciles de incluir en una mayéutica debido a la dispersión de preguntas y respuestas que pueden provocar.

47 N. de T.: en el sentido de "persona que enseñaba gramática latina", Real Academia Española, 2001.

Los contratos de aprendizaje empiristas

En este caso, se supone que el conocimiento se produce fundamentalmente por el contacto que establece el alumno con el medio al que debe adaptarse. La responsabilidad del aprendizaje es entregada al medio y a la naturaleza.

En las formas más simples, la lectura es casi directa, el alumno percibe "viendo" la estructura (sin procesos intermediarios, ni culturales ni cognitivos). Esta posición fue identificada por Aebli (1960) como un *empirismo sensualista*, apoyado en teorías epistemológicas como la de la gestalt o la de las huellas memoriales. Junto a la idea que la lectura directa también puede ser inmediata, conduce a estrategias didácticas de *ostensión*: el profesor muestra un objeto y se supone que el alumno ve en él las nociones, los conceptos, las propiedades, etc.

Lo que el alumno no percibe de entrada, lo descubre y lo aprende a través de una frecuentación repetida con el objeto en las mismas circunstancias. La idea de que la repetición de los contactos directos con el medio es lo que enseña, conduce al aprendizaje "a través de" –y al menos "sobre"– "el terreno" o el "roce". Los métodos de Freinet, algunos métodos activos, así como el constructivismo radical, se justifican en parte con puntos de vista similares. El saber, cuando no es ignorado, no es más que un comentario, una descripción de lo que la naturaleza nos enseña, un atajo de acción o de aprendizaje, o inclusive una simple herramienta didáctica.

Los contratos constructivistas

En este nuevo contrato, las situaciones que conducen al alumno al aprendizaje de conocimientos ya no son situaciones "naturales". El profesor organiza el medio y le delega

la responsabilidad de las adquisiciones. Pero esta organización se deriva esencialmente del saber en cuestión y del conocimiento de los procesos de adquisición de los alumnos y no es modelizado a través de las situaciones “de referencia” que se dan en la institución (M)[48] o en la institución científica que produce el saber. Este medio, que además puede ser efectivo o ficticio, es a menudo uno y otro según diversas condiciones ergonómicas. Los saberes (antiguos) se manifiestan como prerrequisitos, es decir, como herramientas para formular las condiciones iniciales de la situación, enunciar el problema, evocar una estrategia de base, etc. Un ejemplo de este contrato se da al recurrir a fases adidácticas (de acción, formulación o validación) para crear diversas formas de conocimiento.

Se supone que el alumno es racional, o al menos coherente (en particular, relativamente fiel), y económico. Se adapta para minimizar sus esfuerzos o sus riesgos y para acrecentar su placer, de allí la idea de representar sus comportamientos según modelos ergonómicos: esquemas o concepciones calculadas. En realidad, la coherencia suele ser local y el alumno se acomoda con contradicciones, según distintas sujeciones a situaciones diferentes. La devolución de la responsabilidad de la coherencia se economiza a través de la fidelidad a un discurso coherente...

La teoría de las situaciones muestra el carácter insuficiente de cada uno de estos contratos para construir un saber canónico, los conocimientos que lo acompañan y las prácticas que caracterizan la experimentación, en el transcurso de génesis a menudo largas. El docente, en la relación didáctica, se manifiesta, localmente, a través de la elección, la ruptura y el reemplazo de los contratos según indicios

---

48 N. de T.: Véase ítem 4, sección B.

y estrategias de regulación que escapan por el momento a nuestras herramientas de investigación.

4. Contratos basados en la transformación de los saberes "antiguos"

Los saberes antiguos en la relación didáctica. La memoria didáctica

En las estrategias presentadas anteriormente, el saber emitido se supone que es "nuevo" y los saberes antiguos sirven para presentar las condiciones del aprendizaje o construirlo a través de una superposición e integrarlo según una génesis estándar dada por la organización cultural de los saberes. Ese funcionamiento de los saberes antiguos se correspondería con los aprendizajes que Piaget comparaba con las asimilaciones. Aun en los *contratos de condicionamiento*, no se supone que el saber se modifique en el transcurso de las repeticiones. Salvo tal vez en ciertas interpretaciones de la *mayéutica*, la recuperación, corrección, reemplazo, transformación y rechazo de los saberes antiguos está a cargo del alumno.

En los tipos de contratos basados en *la transformación de los saberes antiguos*, el sistema didáctico acepta cuestionar el orden empírico, el orden axiomático o la organización cultural estándar para adaptarse a un orden genético. Acepta la realidad de los aprendizajes por acomodación, la existencia de obstáculos y la necesidad de conocimientos provisorios, "transpuestos" y revisables en el proceso de enseñanza. La articulación y la génesis de los saberes, colectivas o personales, entra en la negociación del contrato.

El sistema didáctico, en este tipo de contratos, acepta al menos una epistemología según la cual la génesis didáctica colectiva de los saberes procede por medio de modificacio-

nes y rupturas, a modo de una génesis histórica y no de una forma lineal por simple acumulación de saberes. En un contrato más complejo, la adaptación a la ontogénesis y a la psicología del niño justifica una génesis colectiva apropiada. Pero el trabajo que realizamos con Centeno demostró que el contrato didáctico apropiado implica una *memoria didáctica* del profesor (y del sistema) que contempla:

- una extensión del saber a dominios nuevos, a aplicaciones que exigen una adaptación de la herramienta aplicada.
- el examen de los cambios de estado de los saberes, es decir, de las transformaciones de los saberes escolares enseñados que permiten al profesor utilizar el pasado particular de las clases y gestionar la articulación de los aprendizajes particulares con respecto a la historia de la clase y de los alumnos.

El docente toma en cuenta la historia del sujeto y la suya propia, acepta tener una "memoria didáctica". En este caso es necesario un contrato didáctico nuevo porque el alumno desarrolló su propia relación con el saber antiguo al que ya le atribuyó un sentido, un lugar en el establecimiento de otros saberes. Revisar un saber antiguo exige entonces un nuevo reparto de responsabilidades entre el profesor y el alumno. A menudo, las razones de la revisión no son las mismas para el profesor y para los alumnos. Puede estar justificada por razones didácticas:

- un fracaso del aprendizaje precedente,
- una movilización y una adaptación con vistas a aprendizajes nuevos,
- una reorganización que sigue a la historia efectiva del aprendizaje y de los saberes adquiridos en una génesis ficticia, donde las causas de aprendizaje son inter-

pretadas en "razón de saber" o por razones epistemológicas, sin vinculación con aprendizaje anteriores:

- una reorganización de los saberes antiguos, un cambio de posición con respecto a esas adquisiciones previas, una adaptación que se manifiesta en nuevas herramientas de decisión, en conocimientos, para construir un saber nuevo,
- inversamente, las transformaciones en saberes institucionalizados, organizados canónicamente, de aquellos conocimientos desarrollados en situaciones de acción, de comunicación o de prueba.

Los contratos de revisión de saberes antiguos

• *La revelación*: muy frecuentemente el saber antiguo es evocado implícitamente para realzar, servir de decorado o de antinomia al saber nuevo y finalmente ser "peyorado" o rechazado.

• El concepto de *situación de revisión* fue introducido por Perrin-Glorian (1992 y 1993). El saber revisado se supone "idéntico" al saber convocado. Los hechos principales y las acciones pasadas son evocados, formulados, reconstruidos, racionalizados y justificados en una situación didáctica particular que constituye uno de los instrumentos principales de la institucionalización. La explicitación de los hechos conocidos por todos es teóricamente ubicada bajo el control de la memoria personal del alumno, pero está claro que solamente puede formular y hacer público lo que el repertorio didáctico le autoriza. Por otro lado estas situaciones de revisión permiten al alumno formular sus observaciones y sus recuerdos de forma incompleta y alusiva, ya que el pasado común pone al profesor en situación de comprenderlo. Se crea así una zona "próxima" de aprendizaje donde los conocimientos aparecen bajo formas

provisorias (no evaluables formalmente pero perceptibles para el profesor) antes de su adquisición como saberes.

• En el caso de la *recuperación,* se cuestiona abiertamente el antiguo saber: en su forma, ya que es objeto de una formulación o una traducción, y en su misma constitución, ya que es objeto de comentarios, explicaciones (Mopondi, 1995), cuestionamientos, críticas o incluso rechazo. La recuperación ubica el antiguo saber en una nueva dialéctica.

Los inconvenientes de la buena o mala utilización de los conocimientos antiguos se manifiestan a los docentes y a los administradores de la enseñanza durante los cambios de clases o niveles (Brousseau y Centeno, 1988).

5. Los efectos de las reformas a largo plazo

La teoría de las situaciones puede ser comparada a la microeconomía en el sentido que toma en cuenta un reducido número de sistemas y parámetros. Podemos decir que estudia modelos de relaciones interindividuales o interinstitucionales y las modalidades de aprendizaje específicas de los diferentes conocimientos en un nivel microdidáctico. Podría parecer muy ambicioso querer utilizarla para describir y prever la evolución de las prácticas cognitivas de docentes e instituciones, ya que este estudio exigiría más bien una macrodidáctica. Sin embargo, contribuyó a poner en evidencia y prever en varios casos los efectos a largo plazo de reformas educativas amplias y profundas. Estas reformas, que se suceden desde hace cuarenta años, tenían como fin oficial mejorar la enseñanza. Todas estaban motivadas por la corrección de ciertas características “anteriores” del sistema educativo identificadas y declaradas como alarmantes. Cada una de ellas surgía de un haz de propuestas e ideologías a veces débilmente relacionadas, si no contradictorias, pero necesarias para formar

un todo suficientemente amplio (para conjugar suficientes fuerzas sociales) y prometedor. Aquí evocaremos dichas reformas de manera muy superficial.

La individualización de la enseñanza

Algunos alumnos que fracasan en la enseñanza estándar parecen poder ser "recuperados" a través de intervenciones individuales adaptadas a su caso y a su ritmo (tal es la tesis de Bouchet, 1934). El público cree que la condición ideal para la enseñanza sería la de un preceptor ocupándose de un único alumno. Esta idea pesará siempre sobre los responsables de las reformas. Conjugada con los aportes de la psicología, conduce a creer que cada alumno pensaría y aprendería de forma diferente, ¡lo cual requeriría una pedagogía diferenciada y de clases homogéneas! Este modelo es falso y, llevado al extremo, conduce a decisiones absurdas. Los conocimientos son un bien cultural común que los alumnos solamente pueden aprender a practicar trabajando juntos. La solución está en un equilibrio.

El modelo comercial: objetivos y evaluaciones. Sus consecuencias

El medio para prevenir la deriva, para controlar y homogeneizar la enseñanza permitiéndole a la vez adaptaciones y elecciones pedagógicas apareció luego de los trabajos del Mathematical Study Group (MSG) para el National Longitudinal Studies on Mathematics Abilities (NLSMA). La determinación de los objetivos (Bloom, 1975) y los métodos de evaluación (Guilford, Cron'bach del MSG, etc.) tuvieron gran éxito debido a sus metáforas industriales y administrativas. La disimetría entre las posibilidades de tratar los ob-

jetivos de bajo nivel y de nivel elevado, conduce a ignorar el desarrollo –no obstante necesario– de los conocimientos no descontextualizados del alumno (Vigotsky, 1983). Los profesores y los padres subestiman las capacidades del alumno y los programas escolares retoman en el siguiente nivel los mismos proyectos de aprendizaje que en el nivel anterior.

Otras reformas

De todos modos, hemos estudiamos las oposiciones entre dos elecciones opuestas: *¿la homogeneización de la cultura o la adaptación a las demandas sociales diferenciadas?* (las matemáticas esotéricas y exotéricas o las matemáticas humanistas); *¿se prioriza el sentido o la forma?*, *¿el rigor o a la eficacia?* (las matemáticas modernas). *¿El interés principal está en el texto del saber o en los problemas?* (la heurística y el regreso de la geometría), *¿el aprendizaje por condicionamiento o el constructivismo?*

Conclusión

Es difícil, luego de las preguntas anteriores, proponer una conclusión para este texto. Sin embargo, inspirado en un artículo acerca de lo que la didáctica de las matemáticas puede aportar a un docente[49], retomo algunas de esas reflexiones para dejar abierto el debate acerca de la función y la utilidad de estas construcciones teóricas –como la teoría de las situaciones didácticas– para la práctica de la enseñanza y la mejora de los aprendizajes de las matemáticas.

Interés de la didáctica de las matemáticas

a) Para los profesores

Un profesor espera que la didáctica le proporcione al menos lo esencial de las técnicas específicas de las nociones que se enseñan, técnicas compatibles con sus concepciones educativas y pedagógicas generales.

- técnicas locales: preparación de clases, problemas y ejercicios, de materiales para la enseñanza, textos, programas para computadora, instrumentos de ges-

[49] Brousseau (1989b).

tión como objetivos y medios de evaluación (para todos los alumnos o exclusivos para alumnos que presentan dificultades específicas).
- técnicas más "globales": currículum para todo un sector de las matemáticas, métodos "listos para usarse", programas para varios grados escolares.

El profesor desea saber, por ejemplo, cómo hacer posible una verdadera actividad científica en su clase sin sacrificar el tiempo de los alumnos en tareas que no tengan virtudes formadoras. Situaciones como "la ampliación del rompecabezas"[50] muestran que los alumnos pueden "construir" un saber que no les fue enseñado y, en cierta medida, pueden ponerlo en juego para resolver nuevos problemas. Pero esta situación no es transferible a ninguna otra noción matemática.

Los profesores también desean saber cómo lograr que los alumnos aprendan a hacer cálculos a mano, siendo que el uso intensivo de la calculadora se ha trivializado.

Como sucede con todos los objetos técnicos, las respuestas presentarán únicamente cualidades relativas y no evitarán el fracaso si el profesor no posee las competencias necesarias para ponerlas en marcha.

Asimismo, el profesor puede esperar de la didáctica *conocimientos relativos a los diferentes aspectos de su trabajo* acerca de:
- las condiciones que deben crearse en las situaciones de enseñanza o aprendizaje;
- las condiciones que deben mantenerse en la gestión o conducción de la enseñanza;
- los alumnos, de sus comportamientos, aprendizajes y resultados en las condiciones específicas de la enseñanza; y

[50] Brousseau y N. Brousseau (1987).

- los fenómenos de didáctica a los que alumnos y profesores se ven confrontados con todos los participantes de la comunicación de los saberes.

En otro orden de cosas, la didáctica puede, a la larga, ayudar al profesor a *modificar su estatuto, su formación y sus relaciones con la sociedad:*

- actuando directamente sobre el estatuto de los conocimientos que utiliza, los cuales pasan de ser un arte a ser técnicas que se apoyan en un campo científico;
- actuando por sobre los conocimientos de sus colegas profesionales, de los padres y el público;
- desarrollando mayores posibilidades para los ciudadanos en general de utilizar la enseñanza de manera más satisfactoria; y
- dando mayores posibilidades a los poderes públicos o privados de gestionar la enseñanza a través de medios más apropiados.

Cuando la didáctica explica las causas reales de una dificultad de enseñanza a través de un fenómeno o de una ley, alivia a los profesores de una parte de la sospecha, ilegítima, de incompetencia que pesa sobre ellos. Pero, en contrapartida, la didáctica precisa sus responsabilidades y proporciona medios de regulación de su trabajo que pueden ser sentidos como restrictivos. Esto ocurre especialmente cuando la didáctica se hace eco de y promueve prescripciones que se infieren directamente y sin análisis de los resultados obtenidos en otras disciplinas o cuando retoma sin un análisis serio los juicios de tal o cual organismo o grupo de presión. La enseñanza es el último refugio de todos los fantasmas colectivos o individuales, el último campo cerrado en el que pueden enfrentarse, con la mejor fe, todas las ideologías. Para gestionar la enseñanza, la sociedad le aplica arbitrariamente modelos

inadecuados: el consumismo, el productivismo industrial, el utopismo político o religioso, el cientificismo... En estas condiciones, los profesores, sobrecargados de obligaciones incompatibles, prescripciones inaplicables y representaciones exóticas, pierden su capacidad de controlar los parámetros fundamentales de su acción, cuando no aprovechan la circunstancia para descargarse de aquello que a ellos compete asegurar y que desaparece de la atención general.

Examinemos por un momento la ideología de la "innovación" que en Francia y otros países campeó durante mucho tiempo. Una innovación interesa a cierto número de profesores porque los interroga acerca de sus prácticas y los ayuda a luchar contra la obsolescencia. Interesa a todos aquellos que giran en torno de la enseñanza: formadores, editores, responsables diversos, debido a que nutre su discurso y justifica su intervención. Interesa a todos aquellos que quieran dar a entender, por algún motivo, que la enseñanza está inadaptada, etc. Sin embargo, al hacer de lo novedoso el criterio esencial para valorar las acciones propuestas, se destruyen las posibilidades de éxito de las mismas y se muestra, al mismo tiempo, que no es al mejoramiento de la enseñanza a lo que se aspira. Efectivamente, lo propio de una innovación es descalificar una práctica antigua para reemplazarla por otra y no para corregirla. Se tiene la ilusión empirista de que entre las múltiples producciones de la innovación, los profesores recogerán las más adaptadas. Pero una innovación ahuyenta a otra, critica a la precedente, pero no la regula. Ciertos conocimientos no se pueden enseñar y desaparecen, pero no porque se haya decidido que ya no son útiles, sino porque las cascadas de innovaciones hicieron desaparecer los ecosistemas que les permitían existir como objetos de enseñanza. Las modas pasan o regresan sin verdaderos progresos. La ideología de la innovación aniquila la innovación.

Lo dicho no conduce a apoyar el conservadurismo didáctico: este presenta otros inconvenientes igualmente cuestionables.

b) Para la formación de maestros

Al proporcionar a los profesores una ciencia integradora –a través de los resultados de la investigación científica– y una memoria propia –al considerar la experiencia adquirida–, la didáctica permite la creación de una cultura común. La dependencia de la enseñanza respecto de numerosos campos del conocimiento conduce a una saturación desalentadora en la formación. La didáctica reduce las redundancias y facilita la organización de cursos centrados en la principal actividad a la que se apunta en la enseñanza.

Apoyada en un edificio científico, la ingeniería que la didáctica propondrá no estará necesariamente acompañada de una práctica más elegante que la de los mejores maestros, pero podrá mejorar los resultados del conjunto y evitar algunas catástrofes.

Por otra parte, la enseñanza de la didáctica a los maestros en formación presenta dificultades que provienen del hecho de que la transposición didáctica de la didáctica misma es, todavía, un trabajo por hacer. El volumen y la complejidad de los resultados de investigaciones fragmentarias, dispersos en numerosos campos disciplinarios dispares y a veces confrontados, ha crecido mucho más aprisa que lo que dura la formación. E incluso más aprisa que la posibilidad de jerarquizar adecuadamente dichos resultados en textos de síntesis para los principiantes.

Para comprender y utilizar uno de estos resultados en una clase, se requieren conocimientos previos sobre todos los demás temas, conocimientos que sólo algunos maestros poseen.

Es necesario aceptar y respetar la existencia necesaria de una “didáctica para principiantes”, que garantice un comportamiento profesional mínimo, que pueda cohabitar en la

formación con una formación teórica que prepare para un uso más refinado de saberes más avanzados de la didáctica. La proyección de todas las ideas "nuevas" es gratificante para el formador de maestros, pero llega a suceder que este no pueda prever lo que harán sus estudiantes. Inversamente, el utilitarismo a corto plazo en la formación de maestros conduce a lo peor: a la ilusión de la simplicidad y a la imposibilidad para comprender y tratar el origen de los fracasos.

c) Para los padres de familia y para el público

¿Qué es posible? ¿Qué es ilusorio o falaz? Todas las reformas se topan con las insuficiencias y las diferencias en las concepciones epistemológicas de los actores sociales. El control del público sobre la enseñanza es legítimo, pero requiere de un mínimo de conocimientos e informaciones y de toda una jerarquía social y científica que trate los diferentes niveles de conocimiento y regulación de los actos didácticos. Este modelo existe en el campo de la medicina: el vocabulario del biólogo, el del médico, y el del enfermo difieren entre sí. Cada uno tiene su necesidad y un campo de eficacia en el uso y la regulación de la medicina. Ni la confianza ciega en el cuerpo profesional, ni la suspicacia generalizada son las mejores soluciones, pero para ello es necesario que se mantengan repertorios didácticos mínimos, que se utilicen, se jerarquicen y se "reconozcan" como legítimos. Desde este punto de vista, la difusión universal de la opinión de cada uno sobre todos los temas, propiciada por los medios de comunicación modernos, tiende a destruir el funcionamiento social de esos repertorios. Con las mejores justificaciones ideológicas, destruye las transposiciones y plantea problemas dudosos en la gestión de todos los sistemas tradicionales fundamentales.

Por cierto, a partir de este modelo médico, algunos padres de familia tienden a concebir y a organizar la regula-

ción de la enseñanza de sus hijos. Conciben las dificultades como enfermedades para las cuales hay que encontrar un remedio. Llegado el caso, recurren a instituciones específicas que se complacen, cuales médicos, en hacer pasar su trabajo como un medio para cuidar la salud. De esta manera, cada vez más niños y cada vez más actividades se retiran del proyecto social común. La enseñanza colectiva está contaminada: hemos identificado una tendencia nítida a reducir las clases al "apoyo remedial" para los errores individuales que los alumnos cometen en sus ejercicios.

Estas acciones se legitiman por medio de una concepción individualista y consumista de la enseñanza, concepción que se extiende cada vez más y acrecienta la confusión. Lo que se aprende en la escuela no es únicamente aquello que cada niño necesitará personalmente en el futuro para sobrevivir (esto nadie puede saberlo). En primer lugar, existe la cultura que cada sociedad considera como el mínimo necesario para cada uno de sus miembros adultos, y también existe el servicio civil que los niños deben cumplir superando los desafíos del aprendizaje. Estos son los elementos que permitirán a la sociedad encontrar los diferentes tipos de especialista que necesite. Un alumno no aprende matemáticas sólo por sus necesidades, sino también para ofrecer a la sociedad una oportunidad de encontrar, en un momento dado, tanto a los matemáticos como a los modestos usuarios de las matemáticas que necesitará.

d) Para la ciencia misma

Mejorar la producción de conocimientos científicos sin perder el control de su validez constituye una preocupación para la comunidad y en especial para los matemáticos. Para que la comunicación y la reestructuración de saberes puedan desarrollarse, es necesario que estas dos actividades entren en el proceso social científico de evaluación. La didáctica

tendría la vocación de ser el medio para dicho ingreso si resolviera algunos problemas teóricos que se le plantean.

Desde el momento en que tenemos que ver con la organización de los saberes, hay que discutir con sus productores. Por lo tanto, el seno de la comunidad científica es donde los didactas y los profesores debemos ganar legitimidad para reorganizar los saberes enseñables. De hecho, estas reorganizaciones forman parte de la actividad científica y ello se olvida frecuentemente. Dichas reorganizaciones impuestas por la comunicación y la enseñanza de las ciencias son necesarias y contribuyen fuertemente a su evolución.

Este punto explica por qué la didáctica de una disciplina científica debe subsumirse a la responsabilidad de dicha disciplina, aun si puede ser el objeto de trabajo de didactas de origen científico diverso.

La gran dificultad de esta función de la didáctica es que pretende enseñar a investigadores un arte que ellos practican inconscientemente en su trabajo y de una manera que los satisface. La didáctica pretende hacerlo apoyándose, además, en una ciencia que dichos profesionales naturalmente consideran evidente o extraña, y por lo tanto inútil.

e) Para el conjunto de la sociedad

Es en la ciencia, y más precozmente en las matemáticas, donde los alumnos pueden aprender cómo establecer y gestionar la verdad científica en una sociedad democrática. Los medios para realizar este proyecto no son fáciles de inventar ni de poner en marcha, pero es aún más difícil introducir este proyecto y sus consecuencias en la cultura. Sin embargo, únicamente la penetración de la didáctica en la cultura permitirá mejorar le gestión política de la difusión de los saberes y volver más democrático su uso y creación.

Referencias bibliográficas

Aebli, H. (1960), *Didactique psychologique*, Delachaux et Niestlé. [Edición en español: *Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget*, Kapelusz, 1966]

Artigue, M. (1984), *Une contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques*, tesis, Universidad París VII.

Artigue, M. (1990) , "Ingénierie didactique", *Recherches en didactique des mathématiques* 9 (3), 281-307.

Bachelard, G. (1938), *La formation de l'esprit scientifique*. París, Vrin. Edición en español: (1948) (1985), *La formación del espíritu científico*, Bs. As., Argos y México, Siglo XXI, respectivamente.

Bahra, Mohamed (1995), *Problèmes de didactique de la numération, échecs et succès de la remathématisation*, tesis, Universidad Bordeaux I.

Bloom, S. (1975), *Taxonomie des objectifs pédagogiques*, Quebec. [Edición en español: *Taxonomía de los objetivos pedagógicos*, 1979].

Bouchet, H. (1934) (acerca de la individualización de la enseñanza).

Bourdieu, P, Passeron, J-C. (1970), *La reproduction. Eléments pour une théorie du système d'enseignement*, París, Minuit. [Edición en español: *La reproducción*, Ed. Laida. 1985]

Briand, J., N. Brousseau, D. Greslard *et al.* (1985), *La division à l'école élémentaire. Compte-rendu des situations d'enseignement réalisées avec des enfants de CE2, CM1 y CM2*, Documento para docentes, IREM de Bordeaux.

Briand, Joël (1993), L'énumeration dans le mesurage des collections. Un dysfonctionnement dans la transposition didactique, tesis, Universidad Bordeaux I.

Brousseau, Guy (1973), *Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels?, Cahier de l'enseignement élémentaire* (vol. 13, 195-237), IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. (1978) (1998), "La cours à 20", en *Théorie des situations didactiques* (1998) La Pensée Sauvage, pp. 24-43. Una primera versión, de 1978, en *Etude locale des processus d'acquisition en situation scolaire, Etude sur l'enseignement élémentaire* (Cuaderno 18, 7-21). Bordeaux, IREM y Universidad de Bordeaux 1.

Brousseau, G. (1980), "L'échec et le contrat", *Recherches* 41, pp. 177-182.

Brousseau, G. (1981), "Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire", *Revue de laryngolologie* 101 (3/4), pp. 107-131.

Brousseau, G. (1981a), *Le cas de Gaël*, IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. (1982), "Les objets de la didactique des mathématiques – Ingénierie didactique", *Actes de la deuxième école d'été de didactique des mathématiques* (10-60), Orléans , IREM d'Orléans.

Brousseau, G. (1983), "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques", *Recherches en didactique des mathématiques* 4 (2), pp. 165-198.

Brousseau, G. (1986a), "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7/2, pp. 33-115.

Brousseau, G. (1986b) , "La relation didactique : le milieu", *Actes de la IVème École d'été de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*, IREM de París VII, Universidad París VII.

Brousseau, G., Brousseau, N. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. y Centeno, J. (1988), *Nécessité de l'analyse de la mémoire du sytème didactique et de son fonctionnement pour résoudre les problèmes interniveaux scolaires*, Unpublished Communication at the 6th. ICME, Budapest.

Brousseau, G. (1988a), "Représentation et didactique du sens de la division", en Vergnaud G., Brousseau G., Hulin M. (eds.) *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques* (47-64), La Pensée Sauvage, Grenoble.

Brousseau, G. (1988b), "Les différents rôles du maître", *Bulletin de l'Association Mathématique du Quebec*, 2/23, pp. 14-24. [Traducción al español: "Los diferentes roles del maestro", en Parra y Saiz (comps.) *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (1994), Paidós Educador, Bs. As.]

Brousseau, G. (1989), "Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques", Bednarz N., Garnier C. (eds.) *Construction des saviors - Obstacles et conflits*, CIRADE, Montreal.

Brousseau, G. (1989a). "Obstacles épistémologiques, conflits socio-–cognitifs et ingénierie didactique", Bednarz N., Garnier C. (eds.) *Construction des saviors - Obstacles et conflits*, CIRADE, Montreal.

Brousseau, G. (1989b), "Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège", *Petit X* 21, pp 48-68. [Versión en castellano (1990): ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?", Primera parte, *Enseñanza de las Ciencias*, Valencia, España, 8 (3) y 9 (1).]

Brousseau, G. (1990), *Éléments pour l'étude du sens de la division*, IREM de Bordeaux.

Brousseau, G. (1990b), "Le contrat didactique : le milieu", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9/3, 309-336.

Brousseau, G. y Centeno, J. (1991), "Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2/3).

Brousseau, Guy (1996), "L'enseignant dans la théorie des situations didactiques", *Actes de la VIII Ecole d'Eté*, IREM de Clermont-Ferrand.

Brousseau, Guy (1999), "Educación y didáctica de las matemáticas", *V Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Aguascalientes, México. Traducción de Block y Martínez.

Cauty (referido al aprendizaje de los números).

Chevallard, Y. (1982), *Sur l'ingénierie didactique*, IREM d'Aix-Marseille.

Chevallard, Y., Mercier, A. (1983), *Sur le temps didactique*, IREM d'Aix-Marseille.

Chevallard, Yves (1985) *La transposition didactique*, La Pensée Sauvage. [Traducción al español: *La transposición didáctica*, Ed. Aique (1997)].

Chevallard, Yves (1988), *Sur l'analyse didactique. Deux études sur les notions de contrat et de situacion, IREM d'Aix-Marseille.*

Chomsky, N., Miller, G. A. (1968) *L'analyse formelle des langues naturelles*, París, Gauthier-Villars. [Traducción francesa de: *Handbook of Mathematical Psychology*, vol. II, Caps. 11 y 12, New York, Wiley. 1963-65].

El Bouazzaoui, H. (1988), *Conception des eleves et des professeurs à propos de la notion de continuité d'une fonction*, tesis, Universidad Laval, Quebec.

Filloux, Jeanine (1974), *Du contrat pédagogique*, París, Dunod.

Fregona, D. y Orús, P. (2005), "Une étude des effets du contrat didactique a l'aide de la structuration du milieu didactique. Deux exemples : les cas des figures planes et du raisonnement", en *Sur la théorie des situations didactiques*, Salin, M.H., Clanché, P., Sarrazy, B. (eds.), La Pensée Sauvage.

Margolinas, C. y Steinbring, H. (1994), "Double analyse d'un episode: cercle épistémologique et structuration du milieu", en Artigue, M., R. Gras, C. Laborde. P. Tavignot, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*, La Pensée Sauvage.

Mopondi, B. (1995), "Les explications en classe de mathématiques", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (2/3).

Osgood, Ch., Suci, G. J., Tannengaum, P. H. (1957), *The measurement meaning*, University of Illinois Press.

Papy, G. (1964), *Mathématiques modernes* (vol. 1), París, Didier.

Perrin-Glorian, M. J. (1992), "Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème", tesis doctoral, París VII.

Perrin-Glorian, M. J. (1993), "Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13(1/2).

Perrin-Glorian, M.J. (1994), "Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives", en *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*, Artigue, M.; Gras, R.; Laborde, C.; Tavignot, P., La Pensée Sauvage.

Quevedo de Villegas, Blanca (1986), *Le rôle de l'énumeration dans l'apprentissage du dénombrement*, Thèse, Universidad Bordeaux I.

Sarrazy, B. (1996), "La sensibilité au contrat didactique. Rôle des arrière-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique au cycle trois", tesis, Universidad de Bordeaux II.

Skemp R. (1976), "Relational and instrumental understanding", *Mathematics Teaching* 77, 20-26.

Skemp R. (1979), *Intelligence, learning and actio,*. New York, John Wileyand Sons.

Suppes P. (1976), "Stimulus-response theory of automat and tote hierarchies: a reply to Arbib", *Journal of Structural Learning* 5(1/2), 11-17.

Vergnaud, Gérard (1990), "La théorie des champs conceptuels", *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 10, n° 2-3.

Vygotsky, L. S. (1983), "Pensée et langage", París, Editions Sociales.

Colección Formación Docente - Matemática

Dirigida por Patricia Sadovsky

Otros títulos

Silvia Segal · Diana Giuliani
Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades

Beppo Levi
Leyendo a Euclides

Horacio Itzcovich
Iniciación al estudio didáctico de la Geometría

Mabel Panizza
Razonar y Conocer

Patricia Sadovsky
Enseñar Matemática hoy

Carmen Sessa
Iniciación al estudio didáctico del Álgebra

Ana Bressan · Humberto Alagia · Patricia Sadovsky
Reflexiones teóricas para la Educación Matemática

Patricia Sadovsky
Enseñar Matemática hoy

Carmen Sessa
Iniciación al estudio didáctico del Álgebra

Ana Bressan · Humberto Alagia · Patricia Sadovsky
Reflexiones teóricas para la Educación Matemática

FORMACIÓN DOCENTE · MATEMÁTICA

"Enseñar es asumir la responsabilidad de sostener el conocimiento como un espacio de producción, debates e intercambios"

Patricia Sadovsky
Directora de la colección

En el siglo XX, la independencia entre el saber y el método de enseñanza muestra sus límites. Cada conocimiento científico nace históricamente en condiciones diferentes, específicas y que se integran a ese conocimiento. Para mejorar el aprendizaje de una cantidad mayor de alumnos, es necesario organizar las condiciones apropiadas, es decir, las situaciones que produzcan un efecto similar. Así, en matemáticas, ciertas actividades como interrogar un enunciado transformándolo en un problema, o reorganizar un conjunto de enunciados para facilitar su comunicación, su verificación y uso, son actividades de naturaleza tanto didáctica como matemática.

Por otro lado, gran parte de las condiciones que permitieron la emergencia de los conocimientos y que acompañan su funcionamiento, son borradas en su presentación estándar. Estrictamente deductiva, entonces casi enteramente reducida a razones lógicas, esa presentación ya didáctica oculta las razones matemáticas ligadas al sentido y a consideraciones como el uso o la economía de pensamiento, es decir, a las situaciones que condicionan su existencia.

Estas consideraciones están en la base del enfoque de la didáctica de la matemática desarrollado por Brousseau y son la esencia del presente libro.



Guy Brousseau nació en 1933 en Taza, Marruecos. Luego de una amplia trayectoria, fue nombrado Profesor Emérito del Instituto Universitario de Formación de Maestros. En reconocimiento a su contribución científica recibió el título de Doctor *Honoris Causa* de las universidades de Montreal (1997), Ginebra (2004) y Córdoba (2006). En 2003 recibió la primera medalla Félix Klein, otorgada por la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI).



Libros del
Zorzal

